



UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

FCE
FACULTAD DE
CIENCIAS ECONÓMICAS

Licenciatura en Economía

Modelo de Búsqueda con Dinero Endógeno

Trabajo de Investigación

POR

Culós, María T. Verónica

Profesores Tutores

Latorre, Roberto

Maradona, Gustavo Germán

Mendoza - 2014

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: SUPUESTOS Y COMPORTAMIENTO DEL MODELO	4
1.1. Supuestos.....	4
1.2. Comportamiento del Modelo.....	7
CAPÍTULO 2: SITUACIONES DE EQUILIBRIO POSIBLES	10
2.1. Combinaciones de estrategias posibles	10
2.1.1. Caso I: Todos los tipos de individuos siguen la estrategia fundamental	11
2.1.2. Caso II: Los individuos tipo I siguen la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo II y III juegan la estrategia fundamental	12
2.1.3. Caso III: Los individuos tipo I y tipo III siguen la estrategia fundamental, mientras que los individuos tipo II siguen la estrategia especulativa	13
2.1.4. Caso IV: Los individuos tipo I y II juegan la estrategia fundamental, mientras que los individuos tipo III juegan la estrategia especulativa	14
2.1.5. Caso V: Los individuos tipo I y II juegan la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental.....	15
2.1.6. Caso VI: Los individuos tipo I y III juegan la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo II juegan la estrategia fundamental.....	15
2.1.7. Caso VII: Los individuos tipo II y III juegan la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo I juegan la estrategia fundamental.....	16
2.1.8. Caso VIII: Todos los tipos de individuos juegan la estrategia especulativa.	17
2.2. Condiciones de equilibrio	17
2.2.1. Simplificación de la forma en la que se expresan las condiciones de equilibrio	18
2.2.2. Determinación de los valores que toman las probabilidades	19
2.2.3. Condiciones para que cada caso planteado represente una situación de equilibrio.....	20
2.3. Aspectos a tener en cuenta para la interpretación de las condiciones de equilibrio	22
CAPÍTULO 3: ANÁLISIS DE LAS SITUACIONES DE EQUILIBRIO	24
3.1 Caso I.....	24
3.2 Caso II.....	26
3.3 Caso III.....	28
3.4 Caso IV	29
3.5 Caso V	31
3.6 Caso VI	32

3.7	Caso VII	33
3.8	Caso VIII	35
CAPÍTULO 4: APLICACIÓN DEL MODELO REFORMULADO A UN CASO CONCRETO		
.....		37
4.1	Introducción.....	37
4.2	Aplicación de los casos anteriormente desarrollados	39
4.2.1	Caso I: Todos los tipos de individuos intentan mantener activos de corto plazo	39
4.2.2	Caso III: Los individuos tipo I y III intentan mantener activos de largo plazo, mientras que los individuos tipo II intentan mantener activos de corto plazo.	41
4.2.3	Caso VI: Los individuos tipo I y III intenta invertir en activos de mayor plazo, mientras que los individuos tipo II intentan invertir en activos de plazo relativamente menor	42
4.2.4	Caso VIII: Todos los individuos intentan mantener activos de corto plazo	44
CONCLUSIONES.....		48
Bibliografía		50
ANEXO.....		51

Introducción

La presente investigación se basa en el estudio de aquellos bienes o activos que son utilizados por los agentes económicos como medios de intercambio, estudiando el fenómeno desde la Teoría de Búsqueda y Emparejamiento.

La Teoría de Búsqueda y Emparejamiento, intenta encontrar y predecir los equilibrios factibles o situaciones a las que se arribará en los mercados que presentan algún tipo de fricción. Se entiende que hay fricciones en un mercado cuando existe un costo (en términos de recursos y tiempo) relacionado a la búsqueda de la contraparte en el mercado, ya sea un costo para los individuos que demandan algún bien o servicio, para los individuos que ofrecen, o para ambos. Las causas de las fricciones son diversas, y su identificación supone el conocimiento del mercado específico sobre el cual se está trabajando. Esta teoría permite avanzar en el entendimiento de los mercados imperfectos en los que las fricciones impiden que los mecanismos de ajuste operen de manera completa (lo que implica que en algunos casos el equilibrio walrasiano no se alcanza, dando lugar a la presencia de situaciones sub-óptimas). Determinar posibles situaciones sub-óptimas permite identificar campos de acción para la intervención estatal, que, mediante la modificación de los incentivos de los agentes económicos, puede llevar a la sociedad a situaciones de mayor bienestar. Este es el caso del análisis del mercado laboral, realizado por los profesores Diamond, Mortensen y Pissarides, quienes en 2010 fueron galardonados con el Premio Nobel de Economía, por sus aportes en el entendimiento del fenómeno del desempleo, y la posibilidad de disminuirlo mediante las acciones correspondientes en materia de política económica.

Se ha utilizado la Teoría de Búsqueda y Emparejamiento para ofrecer respuestas a distintos fenómenos visualizados en la realidad. Este es el caso del modelo desarrollado por Kiyotaki & Wright, que busca dar una explicación a la utilización de determinados bienes como medio común de los intercambios, basando el análisis en las características y necesidades de los individuos, los atributos de los bienes, y la distribución inicial de la producción (Kiyotaki & Wright, *On Money as a Medium of Exchange*, 1989). El modelo demuestra que la utilización de un bien como medio común de los intercambios surge endógenamente, como consecuencia de determinadas condiciones del entorno (o supuestos). Los autores trabajan en una primera instancia solo con bienes que poseen un valor intrínseco, y determinan distintos escenarios posibles, que se modifican de acuerdo a la distribución inicial de los inventarios. Luego se considera la posibilidad de utilizar dinero fiduciario. Las conclusiones a las que se llegan dependen, tal como se mencionó anteriormente, de los supuestos realizados.

En 1993, Nuhuro Kiyotaky & Randall Wright publicaron un nuevo trabajo (Kiyotaki & Wright, *A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics*) en el cual se levantaron algunos de los supuestos realizados en el artículo original (por ejemplo, se deja de lado la suposición de que los individuos no pueden consumir el propio bien de producción, y se incorpora al modelo la noción de que los agentes consumen distintos bienes en distintos momentos del tiempo, ya que sus necesidades varían a lo largo de la vida de los mismos). En este modelo se llega a la conclusión de que el uso del dinero aumenta la especialización en la producción, gracias a que los intercambios se realizan con mayor facilidad.

En el año 2000, Randall Wright, Peter Rupert y Martin Schindler (Rupert, Schindler, & R., 2000) presentaron un modelo de dinero endógeno en el cual se permitió que el dinero tuviese una tasa de retorno positiva (distinto a lo observado hasta entonces, ya que se suponía que la tasa de retorno del

dinero era equivalente a cero), y se trabajó con bienes divisibles (en contraposición a los trabajos anteriores, en los cuales se trabajaba con unidades discretas de un bien). Además, se incorporó al análisis la consideración de los distintos grados de poder de negociación entre las partes intervinientes en un intercambio, lo que permitió estudiar la relación entre el poder de negociación y la eficiencia, estudio similar al efectuado en el mercado laboral (Mortensen & Pissarides, 1994).

Otro trabajo relacionado al modelo inicial desarrollado por Kiyotaki y Wright, (Shevchenko & Wright, 2002) que hizo hincapié en levantar uno de los supuestos del modelo original, al introducir la noción de agentes heterogéneos, para llegar a resultados relacionados con la aceptabilidad parcial del dinero como resultado a las diferencias en la utilidad de consumo de los individuos, costos de producción, costos de almacenamiento y tasa de preferencia temporal.

Otros autores tales como Guillaume Rocheteau (Rocheteau, Guillaume, 2009), utilizaron el modelo de dinero endógeno planteado inicialmente por Kiyotaki y Wright, para estudiar la dinámica entre la liquidez de los activos y las características intrínsecas de los mismos, suponiendo información asimétrica entre los vendedores de activos y los compradores. El autor concluye en que existe al menos un equilibrio en el cual la política monetaria afecta el retorno de los activos, y una relación negativa entre los rendimientos de los activos, y la inflación.

El presente trabajo pretende mostrar las modificaciones que se producirían en las conclusiones del modelo, si se modifican algunos de los supuestos efectuados por los autores.

En particular, se quieren analizar las consecuencias de levantar el supuesto de especialización en el consumo, partiendo de la idea de que, en determinadas ocasiones, un agente no puede contener su consumo por tiempo indeterminado hasta encontrar su contraparte óptima en el mercado, sino que se efectúan consumos intermedios (siempre que sea posible) que proporcionan menor utilidad, a cambio de satisfacer sus necesidades de consumo inmediatas.

Básicamente, se quiere conocer el impacto que tendría sobre la tenencia de activos de los individuos, la existencia de agentes económicos con un perfil de consumo sesgado al corto plazo, en el marco de un modelo de dinero endógeno.

De este modo, se plantea como objetivo general del trabajo levantar el supuesto de especialización en el consumo del modelo original para contemplar perfiles de consumo orientados al corto plazo.

Se entiende que, en economías en las cuales los individuos presentan un perfil de consumo orientado al corto plazo, existe una tendencia a mantener activos con altos costos de almacenamiento (o rentabilidad relativa menor), si los mismos pueden utilizarse con un doble fin: intercambiarse por otros bienes relativamente más comercializables, y ser consumidos (o liquidarse) de ser necesario.

Las diferencias en los patrones de consumo y ahorro de los individuos introducen modificaciones en la composición de los activos que mantienen, y por lo tanto, en los activos comúnmente utilizados como medios en los intercambios.

Como el lector podrá observar en el desarrollo del trabajo, mientras más homogéneas sean las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos, mayor será la tendencia a mantener bienes con determinadas características, y por lo tanto, más específicos serán los bienes utilizados como medios de intercambio. Los individuos que actuarán como intermediarios, serán aquellos que tengan los incentivos suficientes como para intentar modificar su situación actual.

Dados los supuestos con los que se trabaja, todos los bienes (y en el caso extremo ninguno) pueden ser utilizados en algún momento como medio común de los intercambios. Dependerá en última instancia, de las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos.

Los individuos se agrupan en determinados “tipos” de acuerdo a sus características de consumo y producción. Se analizan las estrategias seguidas por cada tipo, de acuerdo a los incentivos de cada uno de ellos. Estos incentivos estarán estrechamente relacionados con los niveles potenciales de utilidad que le otorga a cada tipo de individuo mantener determinado bien, a los costos de almacenamiento de cada uno de los bienes y a las posibilidades de intercambio futuras.

Si se efectúa un paralelismo entre los bienes del modelo, con activos financieros de renta fija (identificando cada tipo de bien con un activo de renta fija con determinado plazo de vencimiento), los distintos tipos de individuos con agentes económicos con distintos perfiles de riesgo, y el consumo con la inversión hasta el vencimiento en activos de determinado tipo, puede establecerse una relación entre las estrategias de los individuos y las expectativas sobre la evolución futura de las tasas de interés de mercado. Más allá de las preferencias de plazo (y riesgo) que poseen los individuos al momento de realizar una inversión, si existen expectativas al alza de las tasas de interés, los individuos intentarán mantener en sus carteras activos de corto plazo. En cambio, si existen expectativas a la baja de las tasas de interés, los individuos intentarán mantener activos de plazo relativamente mayor¹. En cualquiera de los casos, los activos utilizados como medio común en los intercambios, serán los bienes que la mayoría de los individuos desea mantener, dadas las expectativas sobre la tasa de interés de mercado. El hecho de que los individuos consuman (o inviertan) con mayor frecuencia, hace que el volumen de intermediación tendiente a obtener el bien/activo óptimo disminuya: no se mantiene un bien/activo por períodos prolongados, lo que hace más difícil tener en stock el bien de consumo óptimo del individuo con el que se intercambia.

El hecho de que los individuos consuman/inviertan con mayor frecuencia, resulta en un aumento del intercambio de bienes/activos de consumo/inversión sub-óptimo/a, y en una disminución de los volúmenes de intercambio tendiente a brindar el bien/activo de consumo/inversión óptimo/a.

¹ Se entiende que los casos intermedios, en los que los distintos tipos de individuos no tienen las mismas expectativas sobre las tasas de interés de mercado, se mantienen por períodos de tiempo relativamente cortos, ya que una vez que se concreta determinada evolución para las tasas de interés, los individuos ajustan sus expectativas y siguen una misma estrategia.

Capítulo I: Supuestos y Comportamiento del Modelo

1.1. Supuestos

Los supuestos sobre los que se basará el desarrollo del modelo son:

- Tiempo discreto e infinito.
- En cada momento del tiempo existe una cantidad equivalente de tres bienes (commodities) indivisibles: bien 1, bien 2 y bien 3.
- Cada individuo tiene una vida infinita (o descendencia infinita), y existe una cantidad equivalente de individuos tipo i , $i=1,2,3$.
- Los individuos se especializan en la producción. Un individuo tipo i produce un bien i^* . Los individuos no consumen el bien que producen. Para el presente trabajo se supondrá que: individuos tipo 1 producen el bien 2, individuos tipo 2 producen el bien 3, e individuos tipo 3 producen el bien 1. ($I^*=2, II^*=3, III^*=1$)
- Cada individuo tiene un bien de consumo preferido que le proporciona el mayor nivel de utilidad. Para cada tipo de individuo, el bien “ i ” que resulta preferido es aquel que se identifica con su tipo, de modo que, el individuo tipo i preferirá siempre consumir el bien i , consumo que le reportará el máximo nivel de utilidad instantánea U_{ii} . Los individuos podrán consumir también bienes sustitutos imperfectos del bien de consumo óptimo (“ h ”), siendo $h \neq i \neq i^*$, consumo al que acudirán en caso de que el nivel de utilidad que se obtiene al consumirlo, es superior al nivel de utilidad futuro que el bien puede proporcionar (relacionado directamente con las oportunidades de intercambio futuro que deriva la tenencia del bien). El consumo de un bien sustituto imperfecto representará, para el individuo tipo i , un nivel de utilidad instantánea $U_{ih} < U_{ii}$.

Existe una des-utilidad instantánea D_i para cada individuo al producir una unidad del bien de producción (i^*). Se asume que, inmediatamente después de consumir, el individuo produce una unidad del bien de producción de modo de mantener constantemente una unidad de bien en su stock.

- La utilidad neta de consumir vs. Producir es lo suficientemente grande como para que los individuos no quieran abandonar la actividad.

$$u_{ii} = U_{ii} - D_i \quad \text{y} \quad u_{ih} = U_{ih} - D_i \text{ lo suficientemente grande.}$$

- Para todos los tipos de individuos, es válido el principio de Utilidad Marginal Decreciente, que en el modelo aquí planteado se representa de la siguiente forma: el nivel de utilidad que alcanza un individuo por consumir en el período presente, dependerá de si el individuo consumió o no el período anterior. De este modo, se diferenciará el nivel de utilidad que obtiene un individuo por consumir el bien de consumo óptimo si consumió el período

anterior (U_{iic}), del nivel de utilidad que se obtienen por consumir el bien de consumo óptimo si no se consumió el período anterior (U_{iin}), siendo $U_{iin} > U_{iic} > 0$. La misma relación se en el caso de que un individuo consuma un bien sustituto imperfecto del bien óptimo, siendo $U_{ihn} > U_{ihc} > 0$. De igual forma, se cumple que $u_{iin} > u_{iic} > 0$ y $u_{ihn} > u_{ihc} > 0$, notación que se utilizará de aquí en adelante.

- Todos los bienes son almacenables a un costo determinado, y cada individuo puede almacenar un bien por unidad de tiempo. Los bienes son indivisibles. Los costos de almacenamiento son distintos para cada tipo de bien:

c_{ij} : costo (en términos de des-utilidad instantánea \approx esfuerzo para el individuo de tipo “i” de almacenar el bien “j”).

Se supone que se da la siguiente relación entre los costos de almacenamiento de cada uno de los bienes:

$$c_{i3} > c_{i2} > c_{i1} > 0 \quad \forall i$$

- $\beta \in (0,1)$ factor de descuento, que es el mismo para todos los individuos.
- Para todos los tipos de individuo, se asume que $u_{ihc} + V_{ii*c} > V_{ii*n}$.

Este supuesto indica que, en caso de que un individuo posea en su inventario el bien de producción, y se le presente la oportunidad de consumir un bien de consumo sub-óptimo, lo consumirá, ya que las oportunidades de intercambio del individuo antes de consumir y después de consumir no se modifican: en ambos casos, termina con el bien de producción en su inventario.

- Utilidad esperada descontada de toda la vida del individuo de tipo “i”:

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [I_m^U(t)U_{im} - I_{i*}^D(t)D_i - I_{ij}^C(t)c_{ij}], \quad m = i, h$$

$$I_m^U = \begin{cases} 1 & \text{si el individuo consume un bien de consumo } m \\ 0 & \text{para todos los otros casos} \end{cases}$$

$$I_{i*}^{DU} = \begin{cases} 1 & \text{si el individuo produce todo el bien } i * \\ 0 & \text{para todos los otros casos} \end{cases}$$

$$I_{ij}^C = \begin{cases} 1 & \text{si almacena algún bien "j"} \\ 0 & \text{para todos los otros casos} \end{cases}$$

- La distribución de los posibles emparejamientos está caracterizada por la trayectoria de $\mathbf{p}(t) = [\dots p_{ij}(t) \dots \dots]$ donde $p_{ij}(t)$ es la proporción de agentes de tipo i que mantienen el bien j en sus inventarios al momento t . Dado que resulta de importancia saber si el individuo consumió o no el período anterior, se distinguirá la notación utilizada para designar probabilidades de forma tal de que se contemple tal distinción. En caso de que un conjunto de individuos tengan en stock su bien de producción, será necesario indicar si el consumieron o no el período anterior, lo cual se referenciará de la siguiente forma: $p_{ii*c}(t)$ y $p_{ii*n}(t)$, indicando por un lado la proporción de agentes tipo i que mantienen su bien de producción en sus inventarios al momento t , y consumieron el período anterior; y por otro lado aquella proporción de agentes que mantiene en su inventario su bien de producción en

el momento t , y no consumieron el período anterior (período $t-1$). En caso de que algún individuo posea en sus inventarios un bien que no se corresponde con el bien que ese individuo produce, se entiende que el individuo no consumió el período anterior, y por lo tanto, no es necesaria la distinción realizada para los individuos que tienen en su inventario el bien de producción.²

- Para todo “ i ” se cumple que $u_{ii} > \frac{c_{ii^*} - c_{ik}}{1 - \beta}, \forall k$

El supuesto garantiza que se consuma el bien de consumo óptimo en caso de ser posible, ya que, en caso de no cumplirse el supuesto, para el individuo de tipo i sería más conveniente almacenar indefinidamente el bien que produce, y no se efectuaría intercambio alguno.

Al momento t , si el tipo i es lo suficientemente afortunado de adquirir su bien de consumo i , lo consumirá y producirá una nueva unidad de i^* . Pues, cada tipo i siempre tiene un inventario de exactamente una unidad de otro bien distinto del bien i (dado que cuando adquiere el bien i siempre lo consume). Si hubiese un mercado centralizado en el que todos los agentes se encontraran en cada momento del tiempo, todos producirían, intercambiarían y consumirían todos los períodos, lo que sería concordante con un equilibrio walrasiano. Pero ese no es el modo en que la economía opera. Por el contrario, en cada período, los agentes se emparejan aleatoriamente y deben decidir si se producirá o no un intercambio bilateral, sin que exista el beneficio que brinda la existencia de un planificador central o rematador walrasiano, que imponga o guíe los acuerdos. El intercambio o comercio siempre implica una permuta de un bien por otro, dados los supuestos efectuados (que conforman el ambiente físico dentro del cual se desarrolla el modelo), y ocurre siempre que exista mutuo acuerdo (no existe el crédito dado que dos agentes se encontrarán nuevamente con probabilidad cero).

Nótese que este supuesto es válido tanto para el caso de un individuo que consumió el período anterior, como para un individuo que no lo hizo. Se entiende que, al tratarse de un bien de consumo preferido, se consumirá siempre.

- Para todos los tipos de individuo y para todo $h \neq i \neq i^*$ se cumple que $u_{ii} > u_{ih} > \frac{(c_{ii^*} - c_{ih})}{1 - \beta}$,

Este supuesto implica que, en caso de que algún individuo tipo “ i ” no haya consumido el período anterior, y tenga la posibilidad de consumir un bien sustituto imperfecto del bien de consumo óptimo, lo consumirá. Es mayor el nivel de utilidad que obtiene por consumir este bien, que el ahorro que representa (en términos de costos de almacenamiento), mantenerlo indefinidamente en stock.

No sucede lo mismo en caso de que el individuo haya consumido el período anterior, y se le presente la oportunidad de consumir un bien que no es el bien de consumo óptimo, ya que en este caso, la decisión del individuo dependerá estrictamente de la estrategia que siga.

² Esto es así porque, si un agente posee en su inventario un bien que no produce, necesariamente lo obtuvo mediante el intercambio, lo que implica que no consumió el período anterior, sino que realizó un intercambio y almacenó el bien obtenido mediante dicho intercambio.

1.2. Comportamiento del Modelo

Cada individuo elige una estrategia de intercambio que maximiza su utilidad esperada descontada de consumir, neta de costos de producción y almacenamiento, tomando como dadas las estrategias de los otros agentes y $\mathbf{p}(t)$.

Una estrategia de intercambio es una regla que determina las circunstancias bajo las cuales el tipo i está dispuesto a intercambiar, generalmente es una función del tiempo y de lo que le ha sucedido al agente hasta ese momento. Sin embargo, dado que se considera que el entorno es invariante, el horizonte de planeación infinito y solo se toman en cuenta los equilibrios estables (eso es $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}$ de aquí en adelante) para todo t , se restringe la atención a las estrategias para i que solo dependen del bien j que tiene en su inventario, de si consumieron o no el período anterior, y del bien k en el inventario del agente con quien se empareja actualmente.

Si $\tau_i(j, k) = 1$ si i quiere intercambiar j por k y cero en otro caso.

Entonces cuando el tipo i con el bien j se encuentra con el tipo h con el bien k , solo se producirá el intercambio si y solo si $\tau_i(j, k) \cdot \tau_h(k, j) = 1$

Dado el entorno subyacente establecido y la noción de estrategias, se define el equilibrio:

Definición de Equilibrio

Un equilibrio de Nash estable es un conjunto de estrategias de intercambio $\{\tau_i\}$, una para cada tipo i , junto con una distribución de inventarios estable \mathbf{p} , que satisface:

- Maximización: cada individuo i elige $\{\tau_i\}$ de manera de maximizar su utilidad esperada dadas las estrategias de los otros jugadores y la distribución \mathbf{p} , y:
- Expectativas racionales: dado $\{\tau_i\}$, \mathbf{p} es la distribución de equilibrio estable.

Se debe caracterizar el equilibrio para distintas especificaciones particulares de los individuos. Antes de hacerlo, se describirán algunas propiedades especiales del modelo que serán útiles.

$V_i(j)$ es la utilidad descontada para el tipo i cuando sale de una oportunidad de intercambio con el bien j , dado que sigue una estrategia de maximización, o lo que es lo mismo, $V_i(j)$ es la utilidad indirecta de quedarse con el bien j .

Cuando i se va con su propio bien de consumo i , lo consume e inmediatamente produce una nueva unidad del bien i^* , lo que resulta en la utilidad instantánea $u_{ii} = U_{ii} - D_i$ más la utilidad indirecta de almacenar el bien i^* .

De esta manera: $V_i(i) = u_{ii} + V_i(i^*)$

La utilidad indirecta para i de almacenar el bien $j \neq i$ se describe por la ecuación de Bellman de programación dinámica:

$$V_i(j) = -c_{ij} + \max \beta E(V_i(j')|j)$$

Donde $E(V_i(j')|j)$ es la esperanza de V_i para el próximo estado aleatorio de equilibrio j' , condicional a j , y la maximización es sobre las estrategias. Las técnicas estándar garantizan que la función $V(\cdot)$ esté definida.

Utilizando la notación abreviada $V_{ij} = V_i(j)$ para $k \neq j$ una estrategia óptima claramente satisface: $\tau_i(j, k) = 1$ si y solo si $V_{ik} > V_{ij}$

Que implica que i está dispuesto a intercambiar j por $k \neq j$ si k provee una utilidad indirecta mayor que j (se asume que no se producirá intercambio si $V_{ik} = V_{ij}$).

Para $k=j$, el comercio es irrelevante, y $\tau_i(j, j) = 0$. Se debe observar que para $k \neq j$, $\tau_i(j, k) = 1$ sii $\tau_i(k, j) = 0$, por lo tanto, en equilibrio los agentes del mismo tipo nunca comercian ya que nunca prefieren lo que el otro tiene.

En caso de que el bien que mantiene el individuo en su inventario sea el bien de producción, se distinguirá si el individuo consumió o no el período anterior: V_{ii^*c} si el individuo consumió el periodo anterior, y V_{ii^*n} si el individuo no consumió el período anterior.

A continuación, se verifica que los agentes siempre están dispuestos a intercambiar por su propio bien de consumo, y cuando lo obtengan lo consumirán instantáneamente y producirán una nueva unidad del bien de producción (siempre que la utilidad instantánea sea lo suficientemente grande).

LEMA 1

Bajo el supuesto $u_{ii} > \frac{c_{ii^*} - c_{ik}}{1 - \beta}$, $\forall k$, cada tipo i aceptará el bien i , lo consumirá y producirá una nueva unidad del bien i^* siempre que tenga la oportunidad.

Esto implica que, para todo i , $\max_j V_{ij} = V_{ii} = u_{ii} + V_{ii^*}$

Demostración:

Suponer que i prefiere $k \neq i$ a todos los otros bienes, esto es $V_{ik} = \max_j V_{ij}$ ³ para $k \neq i$.

Entonces, si i adquiere el bien k , lo mantiene para siempre, entonces:

$$V_{ik} = \frac{-c_{ik}}{1 - \beta} \geq V_{ii} \geq u_{ii} - \frac{c_{ii^*}}{1 - \beta}$$

La primera inecuación surge de $V_{ik} = \max_j V_{ij}$, y la segunda surge del hecho de que V_{ii} no puede ser menor que el valor de consumir i y almacenar i^* para siempre.

³ Aplicando la ecuación de Bellman: $V_{ik} = -c_{ik} + \max \beta E(V_{ij}(j')|k)$, lo que lleva a $V_{ik} = -c_{ik} + \beta V_{ik}$, entonces:

$$V_{ik} = \frac{-c_{ik}}{1 - \beta}$$

Reacomodando, se obtiene $u_{ii} \leq \frac{(c_{ii^*} - c_{ik})}{1 - \beta}$, lo que contradice el $u_{ii} > \frac{c_{ii^*} - c_{ik}}{1 - \beta}$.

Entonces se concluye que $V_{ii} = \max_j V_{ij}$. Esto significa que i siempre acepta el bien i , y que consume dicho bien, ya que en caso contrario, no se cumpliría el supuesto A:

$$V_{ii} = -\frac{c_{ii}}{1 - \beta} \geq u_{ii} + V_{ii^*} \geq u_{ii} - \frac{c_{ii^*}}{1 - \beta}$$

Dado que el tipo i siempre quiere consumir el bien i y produce el bien i^* (incluso en el peor de los casos, en el que espera almacenar i^* por el resto del tiempo), se sabe que $\tau_i(j, i) = 1$. Entonces el intercambio siempre sucede cuando la doble coincidencia emerge, esto es, cuando el tipo i con el bien j se encuentra con el tipo j con el bien i .

Nótese que en caso de que un individuo tenga la posibilidad de consumir el bien de consumo óptimo, lo consumirá sin importar si consumió o no el período anterior (es por ello que no se realiza una distinción entre la utilidad que se alcanza por el individuo al consumir el bien de consumo óptimo, en caso de haber consumido o no el período anterior).

LEMA 2

Bajo el supuesto $u_{ii} > u_{ihn} > \frac{(c_{ii^*} - c_{ih})}{1 - \beta}$, $\forall i, h \neq i \neq i^*$, los individuos que no hayan consumido el período anterior, y no tengan la posibilidad de consumir el bien de consumo óptimo, estarán dispuestos a consumir un bien que sea sustituto imperfecto del bien de consumo óptimo (“ h ”), y a producir una nueva unidad del bien de producción, siempre que tenga la oportunidad, y siempre que u_{ihn} sea lo suficientemente grande.

Demostración:

Si un individuo mantuviera en su inventario el bien “ h ” indefinidamente, obtendría $-\frac{c_{ih}}{1 - \beta}$.

Como el bien “ $h \neq i \neq i^*$ ” puede ser consumido por el individuo “ i ”, decidirá consumir el bien solo si los beneficios que obtiene por consumirlo son superiores a los que obtiene por mantenerlo.

Si se mantiene el bien “ h ” indefinidamente, se obtiene un beneficio equivalente a $-\frac{c_{ih}}{1 - \beta}$.

Si se consume el bien “ h ”, el beneficio que se obtiene no puede ser inferior a la utilidad instantánea de consumir (utilidad neta de consumir y producir una unidad de producción) y mantener en stock el bien de producción de manera indefinida: $u_{ihn} - \frac{c_{ii^*}}{1 - \beta}$.

De este modo, si el individuo eligiera mantener el bien “ h ” en su inventario indefinidamente, esto implicaría que $-\frac{c_{ih}}{1 - \beta} > u_{ihn} - \frac{c_{ii^*}}{1 - \beta}$, lo cual contradice el supuesto $u_{ii} > u_{ihn} > \frac{(c_{ii^*} - c_{ih})}{1 - \beta}$.

De esta manera, quedan definidos los supuestos con los que se trabajará, y la forma en la que operará el modelo.

CAPÍTULO 2: Situaciones de equilibrio posibles

El presente capítulo describe las distintas situaciones de equilibrio que pueden darse de acuerdo a las estrategias que pueden seguir los distintos tipos de jugadores, que determinarán una distribución de inventarios determinada. Se analizarán las condiciones para que cada uno de los equilibrios posibles se cumplan, y la factibilidad de que se den tales condiciones.

2.1. Combinaciones de estrategias posibles

Cada jugador de tipo “i” tendrá que decidir en cada estado aleatorio, si comercializa o no. Dados los supuestos realizados, se sabe que, el individuo no tomará las mismas decisiones si consumió el período anterior, a las que tomaría en caso de no haber consumido el período anterior.

En el caso de que el individuo tipo “i” no haya consumido el período anterior, intercambiará el bien que tiene en stock, siempre que el intercambio le permita consumir (ya sea el bien de consumo óptimo, o un bien de consumo sustituto), o consumirá el bien que tiene en stock si no puede obtener un bien que le reporte mayor utilidad mediante el intercambio (y siempre que el bien que posee en stock no sea el bien de producción). En caso de que el individuo tipo “i” haya consumido el período anterior, deberá decidir si intercambia o no el bien que mantiene en stock. Tal decisión tendrá en cuenta los costos de almacenamiento de cada uno de los bienes que se están comparando, las oportunidades que tendrá en el futuro el individuo al mantener determinado bien en stock, etc.⁴

En todos los casos, cada individuo puede mantener en stock dos tipos de bienes: el bien de producción y un bien de consumo sustituto imperfecto.⁵ Los individuos que consumieron el período anterior deberán definir una estrategia a seguir:⁶ mantener en sus inventarios el bien con menor costo de almacenamiento siempre que sea posible (lo cual se identifica con la “estrategia fundamental” a la que hacen referencia Kiyotaki y Wright), o mantener en sus inventarios el bien con mayores costos de almacenamiento (llamada “estrategia especulativa, por los autores antes mencionados).

En todos los casos, que los individuos jueguen una estrategia o la otra dependerá de los beneficios que brinde cada una y del tipo de bien que cada uno de los individuos produce.

A continuación se analizarán las distintas combinaciones de estrategias que cada uno de los tipos de individuos puede seguir, y las condiciones para que tal situación represente un equilibrio.

⁴ Recordar que, sin importar si el individuo consumió o no el período anterior, si se le presenta la oportunidad intercambiará el bien que tiene en su inventarios, si esto le permite obtener su bien de consumo óptimo, el cual consumirá inmediatamente.

⁵ Dado que, cada uno de los tipos de individuos consume su bien de consumo óptimo de manera inmediata siempre que tengan la oportunidad, nunca tendrán en sus inventarios el bien de consumo óptimo.

⁶ Se analizan los equilibrios en estrategias puras, lo que implica que todos los individuos de un mismo tipo se comportan de la misma forma.

2.1.1. Caso I: Todos los tipos de individuos siguen la estrategia fundamental

Individuo tipo I

En el caso del individuo tipo I, que sigue una estrategia de tipo fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, las funciones de valor que reflejan cada una de las situaciones posibles que el individuo enfrenta son:

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13c} + V_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

$$V_{12n} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11n} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13n} + V_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11n} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

$$V_{13} = -c_{13} + b * [(u_{13n} + V_{12c}) + p_{21} * (u_{13n} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13n} + V_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11n} + V_{12c}) + p_{32} * (u_{13n} + V_{12c})]^7$$

En el caso del individuo tipo I, seguir la estrategia fundamental implica elegir, cuando se le presenta la oportunidad, aquel bien con menor costo de almacenamiento, que dadas las circunstancias, resulta ser el bien que produce. Entonces, siempre que se encuentre con un individuo que posea el bien 3: $(p_{23c} + p_{23n})$, el individuo deberá tomar una decisión que maximice su bienestar⁸:

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = u_{13c} + V_{12c}$$

Si el individuo sigue una estrategia fundamental, es porque el beneficio que le reporta es mayor al que obtendría en caso de que siguiera una estrategia especulativa.

Individuo tipo II

Las funciones de valor que representan las situaciones a las que el individuo tipo II puede enfrentarse, dadas sus propias estrategias y las estrategias de los demás individuos son:

$$V_{21} = -c_{21} + b * [3 * V_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} * (2 + p_{13}) * u_{13n}]$$

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * V_{21} + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

$$V_{23n} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + V_{23c}) + p_{32} * (u_{22n} + V_{23c})]$$

⁷ Esta función de valor puede simplificarse y expresarse de la siguiente forma:

$$V_{13} = -c_{13} + b * [3 * V_{12c} + (2 + p_{32}) * u_{13n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{11n}] * (u_{13n} + V_{12c})]$$

⁸ Dado que se supone que el presente es lo suficientemente importante para el individuo, de modo que $u_{ihc} + V_{ii*c} > V_{ii*n}$, no se analiza la decisión de no consumir. Esta aclaración es válida para los individuos de todos los tipos.

En el caso del individuo tipo II, seguir la estrategia fundamental implica, siempre que haya consumido el período anterior, y que se le presente la oportunidad de intercambio, intercambiar su bien de producción por un bien con menor costo de almacenamiento (bien 1). Esto implica que para que el individuo tipo II siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás jugadores, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = V_{21}$$

Individuo tipo III

Las funciones de valor que representan las situaciones a las que el individuo tipo III puede enfrentarse, dadas sus propias estrategias y las estrategias de los demás individuos son:

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + V_{31c}) + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

$$V_{31n} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + V_{31c}) + p_{13} * (u_{33n} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

$$V_{32} = -c_{32} + b * [3 * V_{31c} + (2 + p_{21}) * u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n}]$$

Si el individuo tipo III decide seguir la estrategia fundamental, mantendrá en sus inventarios el bien con menores costos de almacenamiento siempre que sea posible, lo cual implica que:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = u_{32c} + V_{31c}$$

2.1.2. Caso II: Los individuos tipo I siguen la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo II y III juegan la estrategia fundamental

Se indican las funciones de valor de los distintos tipos de individuos, dadas las estrategias anunciadas. No se escriben, para ningún tipo de individuo, las funciones de valor relacionadas a las situaciones en las que los individuos no consumieron el período anterior ($V_{12n}, V_{13}, V_{21}, V_{23n}, V_{31n}$ y V_{32}), ya que las expresiones de tales funciones son siempre las mismas en todos los casos.⁹

Individuo tipo I

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * V_{13} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

Dada la estrategia seguida por los individuos tipo I, debe cumplirse que:

⁹ Bajo los supuestos efectuados, un individuo toma decisiones de almacenamiento, solo en los casos en los que haya consumido el período anterior, ya que, como no tiene la necesidad de consumir inmediatamente, puede elaborar una estrategia (aunque sea de corto plazo), para manejar sus inventarios. En caso de que los individuos no hayan consumido el período anterior, su prioridad será obtener un bien de consumo, dejando de lado las decisiones respecto de los inventarios.

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = V_{13}$$

Individuo tipo II

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * V_{21} + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

Dado que los individuos tipo II juegan la estrategia fundamental, al igual que en el caso I, se da que:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = V_{21}$$

Individuo tipo III

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + V_{31c}) + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

Al igual que en el caso I, los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental, lo que implica que necesariamente se cumple:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = u_{32c} + V_{31c}$$

2.1.3. Caso III: Los individuos tipo I y tipo III siguen la estrategia fundamental, mientras que los individuos tipo II siguen la estrategia especulativa

Al igual que en el caso anterior, se muestran solo las funciones de valor cuya expresión se modifican respecto de los otros casos, para cada uno de los distintos tipos de individuos.

Individuo tipo I

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13c} + V_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

Dada la estrategia seguida por los individuos tipo I, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = u_{13c} + V_{12c},$$

Individuo tipo II

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{13c} + V_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

Dado que los individuos tipo II juegan la estrategia fundamental, al igual que en el caso I, se da que:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = u_{13c} + V_{23c}$$

Individuo tipo III

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + V_{31c}) + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

Al igual que en el caso anterior, los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental, lo que implica que necesariamente se cumple:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = u_{32c} + V_{31c}$$

2.1.4. Caso IV: Los individuos tipo I y II juegan la estrategia fundamental, mientras que los individuos tipo III juegan la estrategia especulativa

Individuo tipo I

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13c} + V_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

Dada la estrategia seguida por los individuos tipo I, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = u_{13c} + V_{12c}$$

Individuo tipo II

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * V_{21} + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

Dado que los individuos tipo II juegan la estrategia fundamental, necesariamente debe cumplirse:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = V_{21}$$

Individuo tipo III

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * V_{32} + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

Al igual que en el caso I, los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental, lo que implica que necesariamente se cumple:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = V_{32}$$

2.1.5. Caso V: Los individuos tipo I y II juegan la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental

Individuo tipo I

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * V_{13} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

Dada la estrategia seguida por los individuos tipo I, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = V_{13}$$

Individuo tipo II

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{13c} + V_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

Dado que los individuos tipo II juegan la estrategia especulativa, necesariamente debe cumplirse:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = u_{13c} + V_{23c}$$

Individuo tipo III

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + V_{31c}) + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

Si los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental, necesariamente se cumple:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = u_{32c} + V_{31c}$$

2.1.6. Caso VI: Los individuos tipo I y III juegan la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo II juegan la estrategia fundamental

Individuo tipo I

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * V_{13} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

Dada la estrategia seguida por los individuos tipo I, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = V_{13}$$

Individuo tipo II

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * V_{21} + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

Dado que los individuos tipo II juegan la estrategia fundamental, necesariamente debe cumplirse:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = V_{21}$$

Individuo tipo III

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * V_{32} + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

Si los individuos tipo III juegan la estrategia especulativa, necesariamente se cumple:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = V_{32}$$

2.1.7. Caso VII: Los individuos tipo II y III juegan la estrategia especulativa, mientras que los individuos tipo I juegan la estrategia fundamental

Individuo tipo I

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13c} + V_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

Dada la estrategia seguida por los individuos tipo I, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = u_{13c} + V_{12c}$$

Individuo tipo II

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{13c} + V_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

Dada la estrategia de los demás jugadores, si el individuo tipo II juega la estrategia especulativa, necesariamente debe cumplirse:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = u_{13c} + V_{23c}$$

Individuo tipo III

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * V_{32} + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

Si los individuos tipo III juegan la estrategia especulativa, necesariamente se cumple:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = V_{32}$$

2.1.8. Caso VIII: Todos los tipos de individuos juegan la estrategia especulativa.

Individuo tipo I

$$V_{12c} = -c_{12} + b * [V_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + V_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * V_{13} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + V_{12c}) + p_{32} * V_{12n}]$$

Dada la estrategia seguida por los individuos tipo I, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = V_{13}$$

Individuo tipo II

$$V_{23c} = -c_{23} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + V_{23c}) + p_{13} * V_{23n} + V_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{13c} + V_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + V_{23c})]$$

Dada la estrategia de los demás jugadores, si el individuo tipo II juega la estrategia especulativa, necesariamente debe cumplirse:

$$\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = u_{13c} + V_{23c}$$

Individuo tipo III

$$V_{31c} = -c_{31} + b * [(p_{12c} + p_{12n}) * V_{32} + p_{13} * (u_{33c} + V_{31c}) + p_{21} * V_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + V_{31c}) + V_{31n}]$$

Si los individuos tipo III juegan la estrategia especulativa, necesariamente se cumple:

$$\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = V_{32}$$

2.2. Condiciones de equilibrio

Los distintos casos a los que se hizo referencia en la sección anterior, representan posibles situaciones de equilibrio. Cada uno de esos casos será viable en la medida en que se cumplan las condiciones que determinan que cada tipo de individuo siga determinada estrategia. A modo de ejemplo, el caso I, en el que todos los tipos de individuos siguen la estrategia fundamental, representará una situación de equilibrio solo si se cumple: a) para los individuos tipo I, $\text{Máx}(u_{13c} + V_{12c}, V_{13}) = u_{13c} + V_{12c}$; b) para los individuos tipo II, $\text{Máx}(V_{21}, u_{13c} + V_{23c}) = V_{21}$; y c) para los individuos tipo III $\text{Máx}(V_{32}, u_{32c} + V_{31c}) = u_{32c} + V_{31c}$.

En la sección anterior se mostraron las funciones de valor para cada uno de los distintos tipos de individuos, que resultan de las estrategias seguidas por cada uno de ellos. A continuación, se determinarán las condiciones para que cada caso represente una situación de equilibrio.

2.2.1. Simplificación de la forma en la que se expresan las condiciones de equilibrio

Para poder mostrar las condiciones de equilibrio que deberán cumplirse para cada uno de los casos planteados, en término de niveles de utilidad para cada uno de los tipos de individuos, se procederá a escribir las funciones de valor como un sistema de ecuaciones expresado en forma matricial. Una vez hecho esto, se utilizará la Regla de Cramer para obtener expresiones para V_{ij} que solo dependan de los niveles de utilidad, y a continuación, se realizarán las comparaciones correspondientes para determinar las situaciones de equilibrio.

Se muestra el sistema resultante para el caso I, individuos tipo I:

$$\begin{pmatrix} 1-b*(1+p_{31c}+p_{31n}) & -b*(1+p_{32}) & 0 \\ -b*(1+p_{31c}+p_{31n}) & 1-b*(1+p_{32}) & 0 \\ -3*b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} V_{12c} \\ V_{12n} \\ V_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{12}+b*(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})*u_{11c} \\ -c_{12}+b*(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})*u_{11n} \\ -c_{13}+b*((p_{31c}+p_{31n})*p_{31n}+(2+p_{32})*u_{13n}) \end{pmatrix}$$

Para determinar las condiciones de equilibrio para el caso I, individuos tipo I, deberá realizarse la siguiente comparación:

$$u_{13c} + V_{12c} > V_{13}$$

Por ello, se despeja el valor que tomarán las probabilidades, dadas las estrategias seguidas por mediante la aplicación de Regla de Cramer, se obtienen expresiones para V_{12c} y para V_{13} :

$$V_{12c} = \frac{(1-b(1+p_{32}))(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c})+b(1+p_{32})(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n})}{1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32}}$$

$$V_{13} = \frac{1}{1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32}} (-3b(-(1-b(1+p_{32}))(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c})-b(1+p_{32})(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n}))+ (1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32})(-c_{13}+b((p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(2+p_{32})u_{13n})))$$

Entonces, la condición necesaria para que el caso I constituya una situación de equilibrio, en el caso de los individuos de tipo I (teniendo en cuenta solo estrategias puras), es:

$$u_{13c} + \frac{(1-b(1+p_{32}))(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c})+b(1+p_{32})(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n})}{1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32}} > \frac{1}{1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32}} (-3b(-(1-b(1+p_{32}))(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c})-b(1+p_{32})(-c_{12}+b(p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n}))+ (1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32})(-c_{13}+b((p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(2+p_{32})u_{13n})))$$

Estas condiciones fueron determinadas para todos los tipos de individuos, en todos los casos planteados. Para mayor detalle remitirse al Anexo.

2.2.2. Determinación de los valores que toman las probabilidades

En cada uno de los casos, dadas las estrategias seguidas por todos los jugadores, se determina endógenamente un valor para el vector de probabilidades $(p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32})$, que expresará en cada caso, cuál es la probabilidad de que un individuo de determinado tipo mantenga en su inventario su bien de producción (y en tal caso, la probabilidad de que haya consumido o no el período anterior), y cuál es el valor que toma la probabilidad de que cada uno de los tipos de individuos mantengan en stock un bien que no es el bien que producen.

En el caso I, las ecuaciones que determinarán el valor que toman las probabilidades, pueden expresarse de la siguiente forma:

$$p_{12c} = p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13}$$

$$p_{12n} = p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{32})$$

$$p_{13} = 0$$

$$p_{21} = p_{23c} * (1/3) * (p_{31c} + p_{31n})$$

$$p_{23c} = p_{23c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) + p_{23n} * (p_{12c} + p_{12n} + 1) + p_{21}$$

$$p_{23n} = p_{23c} * (1/3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1 + p_{13})$$

$$p_{31c} = p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32}$$

$$p_{31n} = p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{21})$$

$$p_{32} = 0$$

Si se aplica alguno de los métodos ya conocidos para resolver el sistema de ecuaciones, se obtienen los siguientes valores para el vector de probabilidades, para el caso I enunciado en el apartado 2.1.1.:

$$(p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0; \frac{2}{11}; \frac{6}{11}; \frac{3}{11}; \frac{20}{33}; \frac{13}{33}; 0\right)$$

De la misma forma, pueden determinarse los valores que tomarán las probabilidades en los siete casos restantes, (para mayor detalle remitirse al Anexo I donde se han expresado con detalles las expresiones y los cálculos realizados para obtener los valores aquí escritos).

$$\text{Caso II: } (p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{14}{25}; \frac{7}{25}; \frac{4}{25}; \frac{17}{100}; \frac{51}{100}; \frac{8}{25}; \frac{61}{100}; \frac{39}{100}; 0\right)$$

$$\text{Caso III: } (p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0; 0; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$$

$$\text{Caso IV: } (p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{61}{100}; \frac{39}{100}; 0; \frac{4}{25}; \frac{14}{25}; \frac{7}{25}; \frac{51}{100}; \frac{8}{25}; \frac{17}{100}\right)$$

$$\text{Caso V: } (p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{6}{11}; \frac{3}{11}; \frac{2}{11}; 0; \frac{20}{33}; \frac{13}{33}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$$

$$\text{Caso VI: } (p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) \\ = \left(\frac{5251}{10000}; \frac{3259}{10000}; \frac{1490}{10000}; \frac{5251}{10000}; \frac{3259}{10000}; \frac{1490}{10000}; \frac{5251}{10000}; \frac{3259}{10000}; \frac{1490}{10000}\right)$$

$$\text{Caso VII: } (p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{20}{33}; \frac{13}{33}; 0; 0; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{6}{11}; \frac{3}{11}; \frac{2}{11}\right)$$

$$\text{Caso VIII: } (p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{51}{100}; \frac{32}{100}; \frac{17}{100}; 0; \frac{61}{100}; \frac{39}{100}; \frac{14}{25}; \frac{7}{25}; \frac{4}{25}\right)$$

2.2.3. Condiciones para que cada caso planteado represente una situación de equilibrio

Si se aplica la metodología planteada en la sub-sección 2.2.1. para determinar las condiciones de equilibrio para cada uno de los casos planteados (y para cada uno de los tipos e individuo en cada caso), y se reemplazan en tales condiciones los valores que toman las probabilidades, se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio para cada uno de los casos anteriormente planteados:

Caso I

$$c_{13} - c_{12} > -u_{13c} + b * \left\{ (u_{11n} - \frac{13}{11} u_{11c}) + 2 * u_{13n} + \frac{13}{11} * b * (u_{11c} - u_{11n}) \right\}$$

$$c_{23} - c_{21} > u_{21c} + b * \{ (u_{21c} - 2u_{21n}) + (u_{22c} - u_{22n}) + b * [(u_{21n} - u_{21c}) + (u_{22n} - u_{22c})] \}$$

$$c_{32} - c_{31} > -u_{32c} + b * \left\{ \frac{24}{11} * u_{32n} - u_{32c} + \frac{9}{11} * (u_{33n} - u_{33c}) + b * \left[\frac{13}{11} * (u_{32c} - u_{32n}) + \frac{117}{121} * (u_{33c} - u_{33n}) \right] \right\}$$

Caso II

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b * \left\{ u_{11n} - \frac{117}{100} * u_{11c} + 2 * u_{13n} - \frac{83}{100} * u_{13c} + b * \left[\frac{117}{100} * (u_{11c} - u_{11n}) + \frac{83}{100} * (u_{13c} - u_{13n}) \right] \right\}$$

$$c_{23} - c_{21} > u_{21c} + b * [3.16 c_{23} - 3 c_{21} - 2 u_{21c} - 2.16 u_{21n} + 0.84(u_{22c} - u_{22n})]$$

$$+ b^2 * [0.29 c_{21} - 0.48 c_{23} - 3.87 u_{21c} - 7.48 u_{21n} - 3.5 u_{22c} + 3.36 u_{22n}]$$

$$+ b^3 [3.48 u_{21c} - 3.64 u_{21n} + 2.92 u_{22c} - 2.77 u_{22n}]$$

$$c_{32} - c_{31} > -u_{32c} + b * \left\{ \frac{21}{25} u_{32c} - \frac{217}{100} u_{32n} + \frac{99}{100} u_{33c} - \frac{83}{100} u_{33n} + b * \left[\frac{98}{100} (u_{32n} - u_{32c}) + \frac{116}{100} (u_{33n} - u_{33c}) \right] \right\}$$

Caso III

$$c_{13} - c_{12} > -u_{13c} + b * \{ (c_{13} - c_{12}) + (u_{11n} - u_{11c}) + 2u_{13n} + b * [(u_{11c} - 2u_{11n}) + (u_{13c} - 3u_{13n})] \}$$

$$c_{23} - c_{21} < u_{21c} + b * \{(u_{21c} - 2u_{21n}) + (u_{22c} - u_{22n}) + b * [(u_{22n} - u_{22c}) + (u_{21n} - u_{21c})]\}$$

$$c_{32} - c_{31} > -u_{32c} + b * [(3u_{32n} - 2u_{32c}) + 2(u_{33n} - u_{33c})]$$

Caso IV

$$c_{13} - c_{12} > -u_{13c} + 3b * \{(c_{13} - c_{12}) + 0.86u_{11n} - 0.91u_{11c} + 0.22u_{13c} + 1.22u_{13n} + b * [2.73u_{11c} - 2.58u_{11n} + 2.34u_{13c} - 3.67u_{13n}]\}$$

$$c_{23} - c_{21} > u_{21c} + b\{3c_{23} - 2.17c_{21} - 2.17u_{21c} - 2u_{21n} + 1.17u_{22c} - u_{22n} + b[-0.83c_{21} - 0.83u_{21c} + 5.17u_{21n} - 4.68u_{22c} + 3.34u_{22n} + b[-0.83u_{21n} + 3.51u_{22c} - 2.68u_{22n}]]\}$$

$$c_{32} - c_{31} < -u_{32c} + b * \{3(c_{32} - c_{31}) + 2u_{32c} + 2.16u_{32n} + 0.84(u_{33n} - u_{33c}) + b * [4.16u_{32c} - 7.62u_{32n} + 3.51(u_{33c} - u_{33n}) + b * [3.47(u_{32n} - u_{32c}) + 2.93(u_{33n} - u_{33c})]]\}$$

Caso V

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b * \{2u_{11n} - u_{11c} + (u_{13n} - u_{13c}) + b * [(u_{11c} - u_{11n}) + (u_{13c} - u_{13n})]\}$$

$$c_{23} - c_{21} < u_{21c} + b * \left\{ u_{21c} - \frac{24}{11}u_{21n} + \frac{9}{11}(u_{22c} - u_{22n}) + b * \left[\frac{13}{11}(u_{21n} - u_{21c}) + \frac{117}{121}(u_{22n} - u_{22c}) \right] \right\}$$

$$c_{32} - c_{31} > -u_{32c} + b * \left[\frac{24}{11}u_{33n} - \frac{26}{11}u_{33c} + \frac{31}{11}u_{32n} - \frac{18}{11}u_{32c} \right]$$

Caso VI

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b * \{3(c_{13} - c_{12}) + 0.85u_{11n} - u_{11c} + 2.15(u_{13n} + u_{13c}) + b * [4.15u_{11c} - 3.7u_{11n} + 3.53u_{13c} - 7.42u_{13n} + b * [3.45(c_{13} - c_{12}) + 2.93(u_{13n} - u_{13c})]]\}$$

$$c_{23} - c_{21} > u_{21c} + b * \{3(c_{23} - c_{21}) - 2.15(u_{21c} + u_{21n}) + u_{22c} - 0.85u_{22n} + b * [7.42u_{21n} - 3.53u_{21c} + 3.7u_{22n} - 4.5u_{22c} + b * [2.93((u_{21c} - u_{21n}) + 3.45(u_{22c} - u_{22n}))]]\}$$

$$c_{32} - c_{31} < -u_{32c} + b * \{3(c_{32} - c_{31}) + 2.15(u_{32c} + u_{32n}) + 0.85u_{33n} - u_{33c} + b * [3.53u_{33c} - 7.42u_{33n} + 4.15u_{33c} - 3.7u_{33n} + b * [2.93(u_{32n} - u_{32c}) + 3.45(u_{33n} - u_{33c})]]\}$$

Caso VII

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b * \left\{ \frac{9}{11}(u_{11n} - u_{11c}) + \frac{24}{11}u_{13n} + 2u_{13c} + 2c_{13} - 3c_{12} + b * \left[\frac{13}{11}c_{13} + \frac{171}{50}u_{11c} - \frac{315}{121}u_{11n} + \frac{46}{11}u_{13c} - \frac{61}{11}u_{13n} \right] + b^2 * \left[\frac{234}{121}u_{11n} - \frac{351}{121}u_{11c} + \frac{117}{121}u_{13n} - \frac{39}{11}u_{13c} \right] \right\}$$

$$c_{23} - c_{21} > u_{21c} + b * \left\{ \frac{13}{11}u_{22c} - u_{22n} + \frac{9}{11}u_{21c} - 2u_{21n} + b * \left[\frac{9}{11}(u_{21n} - u_{21c}) + \frac{13}{11}(u_{22n} - u_{22c}) \right] \right\}$$

$$c_{32} - c_{31} < -u_{32c} + b * \{ 2u_{32n} - u_{32c} + (u_{33n} - u_{33c}) + b * [(u_{32c} - u_{32n}) + (u_{33c} - u_{33n})] \}$$

Caso VIII

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b * \left\{ 3 * (c_{13} - c_{12}) + \frac{21}{25}(u_{11n} - u_{11c}) + 2u_{13c} - \frac{54}{25}u_{13n} + b * \left[\frac{349}{100}(u_{11c} - u_{11n}) + \frac{104}{25}u_{13c} - \frac{191}{25}u_{13n} \right] + b^2 \left[\frac{73}{25}(u_{11n} - u_{11c}) + \frac{87}{25}(u_{13n} - u_{13c}) \right] \right\}$$

$$c_{23} - c_{21} < u_{21c} + b * \left\{ 3(c_{23} - c_{21}) - \frac{54}{25}(u_{21n} + u_{21c}) + u_{22c} - \frac{83}{100}u_{22n} + b * \left[\frac{749}{100}u_{21n} - \frac{7}{2}u_{21c} + \frac{73}{20}u_{22n} - \frac{413}{100}u_{22c} \right] + b^2 * \left[\frac{59}{20}((u_{21c} - u_{21n}) + \frac{87}{25}(u_{22c} - u_{22n})) \right] \right\}$$

$$c_{32} - c_{31} < -u_{32c} + b * \left\{ 3(c_{32} - c_{31}) - \frac{217}{100}u_{32c} - 2u_{32n} + u_{33n} - \frac{117}{100}u_{33c} + b * \left[\frac{83}{25}u_{32c} - \frac{683}{100}u_{32n} + \frac{117}{25}u_{33c} - \frac{417}{100}u_{33n} \right] + b^2 * \left[\frac{249}{100}(u_{32n} - u_{32c}) + \frac{351}{100}(u_{33n} - u_{33c}) \right] \right\}$$

2.3. Aspectos a tener en cuenta para la interpretación de las condiciones de equilibrio

En cada uno de los posibles equilibrios analizados con anterioridad, aparecen algunos elementos a tener en cuenta, para todos los tipos de individuos, que influyen en el cumplimiento de las condiciones de equilibrio.

Uno de los primeros elementos a considerar para poder interpretar las condiciones especificadas en el apartado 2.2.3, es el diferencial de costos de almacenamiento. En todos los casos, mientras mayor sea tal diferencia, más atractiva será la estrategia fundamental.

También aparecerán en todos los casos, como factor a considerar al momento de verificar si se cumplen con las condiciones de equilibrio, los niveles de utilidad obtenidos por los distintos tipos de individuos, al consumir el bien de consumo óptimo o sub-óptimo. Las utilidades se ponderan por

las probabilidades concretas de poder alcanzarlas, y su signo, en el caso del consumo de bienes sub-óptimo, depende de la estrategia seguida por los individuos. A modo de ejemplo, si un individuo sigue una estrategia que implique mantener en su inventario un bien que no es el bien de producción (lo que necesariamente implica que se trata del bien de consumo sub-óptimo), el individuo tendrá que evaluar si le conviene almacenar ese bien por un período más, si las probabilidades de obtener su bien de consumo óptimo son elevadas al utilizar este bien como medio común de los intercambios. Para tomar esta decisión, deberá tener en cuenta las estrategias llevadas a cabo por los demás individuos, la tasa de descuento (que funciona como un indicador del precio relativo del futuro), el nivel de utilidad que obtiene por consumir hoy (versus el que obtendría si consume el bien el próximo período), las oportunidades futuras que le proporciona mantener el bien de producción (si consume hoy, produce una unidad del bien de producción inmediatamente), etc.

Un detalle a tener en cuenta al analizar los niveles de utilidad, es la diferencia $(u_{ihn} - u_{ihc})$, $\forall h \neq i \neq i^*$. Mientras mayor sea la diferencia entre la utilidad obtenida por un individuo al consumir un bien de consumo sub-óptimo, cuando no consumió el período anterior, en comparación con la utilidad que obtiene al consumir un bien sub-óptimo si consumió el período anterior, mayor va a ser la tendencia a consumir un bien de consumo sub-óptimo si no se consumió el período anterior. Esto va a influir en la viabilidad de los equilibrios, sobre todo en aquellos equilibrios en los que las estrategias de los individuos impliquen mantener un bien distinto al bien de producción en los inventarios. Mientras mayor sea esa diferencia, más difícil va a resultar para los individuos mantener en stock un bien distinto al bien de producción (ya que tendrán incentivos suficientes para consumir el bien), y menor será la tendencia a utilizar un bien como medio de intercambio (porque los individuos no mantendrán el bien por un período de tiempo lo suficientemente prolongado). Esto implica que, mientras más orientado esté el consumo al corto plazo, menor va a ser la tendencia a utilizar un bien como medio común de los intercambios, y por lo tanto, existirán menos individuos que actúen como intermediarios.

A su vez, mientras menor sea la diferencia entre el consumo del bien óptimo y del bien de consumo sub-óptimo (menor $(u_{iic} - u_{ihn})$) menores serán los incentivos de los individuos a utilizar un bien como medio común de los intercambios: decidirán simplemente consumir el bien al que puedan acceder, ya que la diferencia en términos de utilidad no son significativas, lo que implica que no estarán dispuestos a realizar un esfuerzo importante para obtener un bien que no representa un beneficio lo suficientemente grande.

CAPÍTULO 3: Análisis de las situaciones de equilibrio

En el capítulo anterior, se obtuvieron tres condiciones para cada uno de los equilibrios factibles. Que se cumpla cada una de las condiciones reseñadas, es condición necesaria para que cada uno de los equilibrios analizados representen un equilibrio estable. Todos los equilibrios se analizan bajo la condición de que se cumpla con los supuestos realizados.

A continuación se analiza cada uno de los posibles equilibrios, en términos de los bienes utilizados como medios de intercambio, y de los incentivos que tiene cada uno de los individuos para llevar a cabo la estrategia elegida.

3.1 Caso I

El caso I se identifica con el equilibrio fundamental al que hacen referencia Kiyotaki & Wright, en su trabajo original (Kiyotaki & Wright, On Money as a Medium of Exchange, 1989), dado que todos los tipos de individuos juegan la estrategia fundamental, es decir, mantienen en sus inventarios el bien con menores costos de almacenamiento siempre que es posible. Tal como se anunció en el apartado 2.2.2.; el vector de probabilidades para el caos I es $(p_{12c}; p_{12n}; p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0; \frac{2}{11}; \frac{6}{11}; \frac{3}{11}; \frac{20}{33}; \frac{13}{33}; 0\right)$.

Si se analizan los valores de las probabilidades sin distinguir si el individuo consumió o no el período anterior, se tiene que $(p_{12}; p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = \left(1; 0; \frac{2}{11}; \frac{9}{11}; 1; 0\right)$. El único bien utilizado como medio común de los intercambios es el bien 1, que resulta ser el que poseen menor costo de almacenamiento. Los individuos tipo II actúan como intermediarios, lo cual resulta lógico si se tiene en cuenta que, dada la distribución de la producción, ellos producen los bienes con mayores costos de almacenamiento, lo que los llevará a intentar modificar su desventaja relativa, realizando intercambios en el mercado.

En este caso, la probabilidad de que los individuos tipo II mantengan el bien con menor costo de almacenamiento en sus inventarios, es inferior a la probabilidad de que esto suceda en el modelo original. Esto es así porque el individuo tipo II consumirá el bien 1 en caso de que no pueda intercambiarlo por su bien de consumo óptimo, porque no puede esperar a encontrar su contraparte óptima en el mercado indefinidamente, lo cual no sucedía en el trabajo original. Entonces, la utilización del bien 1 como mediador en los intercambios disminuye cuando los individuos no pueden esperar indefinidamente para poder consumir.

Si solo se tiene en cuenta si los individuos consumieron o no el período anterior (y teniendo en cuenta que los individuos que mantienen en sus inventarios bienes que no son los bienes que ello producen necesariamente no consumieron el período anterior), las probabilidades pueden escribirse de la siguiente manera: $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{6}{11}; \frac{5}{11}; \frac{20}{33}; \frac{13}{33}\right)$. Esto implica que, un tercio de los individuos tipo I actuarán guiados por sus necesidades de consumo inmediato, un 45%

de los individuos tipo II actuarán solo guiados por sus necesidades de consumo de corto plazo, y en el caso de los individuos tipo III, el porcentaje se sitúa en aproximadamente en el 40%. Estos porcentajes reflejan la magnitud que tiene en la toma de decisiones, las necesidades de consumo de corto plazo, que condicionan las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos.

Si se quisiera mostrar en un gráfico los flujos de intercambio que reflejen esta situación, se tiene:

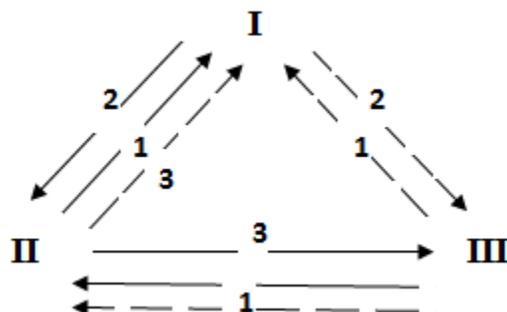


Ilustración I

Las líneas continuas muestran los intercambios realizados entre individuos en los que ambas partes están maximizando su utilidad al buscar posibilidades de consumo del bien óptimo. Las líneas discontinuas muestran aquellos intercambios en los que, al menos una de las partes consume un bien sustituto imperfecto (y cuyas decisiones están por lo general ligadas a la satisfacción de necesidades de consumo inmediatas).

Los individuos tipo I mantienen solo el bien 2 en sus inventarios. Intercambian con los individuos tipo II que poseen el bien 1, en cuyo caso ambas partes obtienen el bien de consumo óptimo, y por lo tanto, maximizan su utilidad. También intercambian con los individuos tipo II que poseen el bien 3, en caso de que se presente la oportunidad, y lo consumen inmediatamente, obteniendo un nivel de utilidad inferior al que obtienen cuando consumen el bien 1. En caso de que los individuos tipo I se encuentren con individuos tipo III, también se produce un intercambio, dado que, a los individuos tipo III (al igual que a los demás tipos de individuos), les conviene consumir un bien sustituto imperfecto, y luego producir una unidad del bien de producción, a mantener el bien de producción y no consumir nada ($u_{ihc} + V_{ii*c} > V_{ii*n}$).

Los individuos tipo II buscarán almacenar, siempre que tengan la oportunidad, el bien 1, que es para ellos, el bien con menor costo de almacenamiento. Lo obtendrán de sus intercambios con los individuos tipo III, intercambios en los que ambas partes maximizan utilidad. Utilizarán el bien 1 para intercambiarlo con individuos tipo I en caso de tener la oportunidad, o para consumirlo en caso de que hayan pasado más de un período sin consumir, y no hayan encontrado su contraparte óptima en el mercado (lo que les proporcionaría un nivel de utilidad mayor al que obtendrían consumiendo un bien sustituto imperfecto). Es sensato plantearse, en esta instancia, la existencia de incentivos menos convincentes, en el caso de los individuos tipo II, a mantener en sus inventarios el bien 1. Esto es así ya que, si bien el bien 1 posee un costo de almacenamiento inferior al bien 3, no es necesario mantener el bien 1 para poder obtener el bien 2 (ya que, de todas formas, los individuos tipo I intercambiarán con los individuos tipo II). Esto, sumado al supuesto que establece que, en

caso de no haber consumido el período anterior, el individuo consumirá en caso de encontrar la posibilidad (obteniendo un nivel de utilidad acorde al bien consumido), debilita las decisiones de los agentes económicos, ya que condiciona las estrategias a seguir, que se modificarán en el corto plazo, obstaculizadas por las necesidades de consumo.

Los individuos tipo III mantendrán en sus inventarios, el bien 1, que es el bien con menor costo de almacenamiento, y resulta ser el bien que ellos producen. Ya que los individuos tipo I solo mantienen en sus inventarios el bien 2, en caso de que los individuos tipo III se encuentren con la oportunidad de intercambiar con individuos tipo I, realizarán un intercambio, consumirán el bien 2 inmediatamente (obteniendo como resultado un nivel de utilidad u_{32c} o u_{32n} de acuerdo a si consumieron o no el período anterior).

Es importante resaltar que, en ningún caso, los individuos de determinado tipo, realizarán intercambios con individuos del mismo tipo, ya que como tienen idénticos incentivos e idéntica situación, ninguno de los dos podría salir favorecido de un intercambio¹⁰.

3.2 Caso II

En el caso II, los individuos tipo I llevan a cabo una estrategia especulativa (intentan mantener en sus inventarios el bien con mayor costo de almacenamiento), mientras que los demás tipos juegan la estrategia fundamental (intentan mantener en sus inventarios el bien con menor costo de almacenamiento). Esta combinación de estrategias lleva a que, el vector de probabilidades de equilibrio sea, tal como se mencionó en el apartado 2.2.2.

$$(p_{12c}; p_{12n}; p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{14}{25}; \frac{7}{25}; \frac{4}{25}; \frac{17}{100}; \frac{51}{100}; \frac{8}{25}; \frac{61}{100}; \frac{39}{100}; 0\right).$$

Si no se tiene en cuenta si los individuos consumieron o no el período anterior, y solo se consideran los bienes que tienen los sujetos en sus inventarios, el vector de probabilidades puede escribirse de la siguiente manera: $(p_{12}; p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = \left(\frac{21}{25}; \frac{4}{25}; \frac{17}{100}; \frac{83}{100}; 1; 0\right)$. En este caso, los bienes 1 y 3 son utilizados como medio común de los intercambios, y los intermediarios son los individuos tipo I y los individuos tipo II. Es importante notar que, los agentes que actuarán como intermediarios, son aquellos cuyas estrategias implican obtener un bien con características distintas al bien de producción para mantener en sus inventarios.

Si solo se tiene en cuenta si los individuos consumieron o no el período anterior (entendiendo que, en caso de que los individuos posean en stock un bien que no es el bien que producen, necesariamente no consumieron el período anterior), pueden reescribirse las probabilidades de la siguiente manera: $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = \left(\frac{14}{25}; \frac{11}{25}; \frac{51}{100}; \frac{49}{100}; \frac{61}{100}; \frac{39}{100}\right)$. Esto indica que, los individuos tipo I actuarán guiados por sus necesidades de consumo de corto plazo en el 44% de los casos (más allá de la estrategia que sigan, priorizarán el consumo de cualquiera de los bienes que pueden consumir). En el caso de los individuos tipo II, caso en el 50% de los casos, decidirán guiados por sus decisiones de consumo de corto plazo, más allá de la estrategia que sigan los individuos. En el caso de los individuos tipo III, este porcentaje asciende al 39%. Es importante

¹⁰ Esta afirmación es válida para todos los casos planteados.

señalar que el factor consumo puede influenciar las estrategias seguidas por los individuos, ya que en algunas ocasiones, como es el caso de los individuos tipo II, que siguen la estrategia fundamental, seguir esta estrategia no solo les permite ahorrar en costos de almacenamiento, sino también les garantiza el consumo futuro (ya que el bien 1 es un sustituto del bien 2 en el caso de los individuos tipo II).

A continuación, se muestra en un gráfico, los flujos de intercambio que se dan entre los individuos de distinto tipo. Las líneas continuas muestran los intercambios realizados entre individuos en los que ambas partes están maximizando su utilidad al buscar posibilidades de consumo del bien óptimo. Las líneas discontinuas muestran aquellos intercambios en los que, al menos una de las partes consume un bien sustituto imperfecto (y cuyas decisiones están por lo general ligadas a la satisfacción de necesidades de consumo inmediatas).

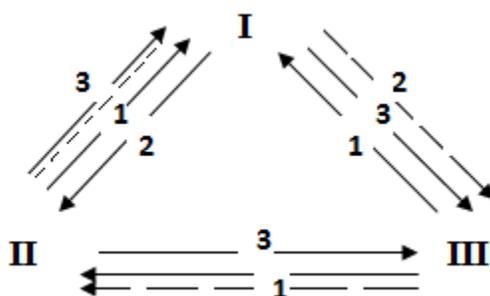


Ilustración II

Los individuos tipo I, que en este caso juegan la estrategia especulativa, intercambiarán con los individuos tipo II para obtener el bien 3 que mantendrán en sus inventarios por un período, en caso de que hayan consumido el período anterior, o lo consumirán y producirán una unidad del bien 2, en caso de que no hayan consumido el período anterior. También realizarán intercambios con los individuos tipo II que posean el bien 1 en sus inventarios, en cuyo caso ambas partes maximizan su utilidad.

Los individuos tipo II intentarán obtener el bien 1 mediante sus intercambios con los individuos tipo III. Almacenarán el bien 1 en caso de que hayan consumido el período anterior, para luego intentar intercambiarlo por el bien 2 a los individuos tipo I. En caso de que no se encuentren con un individuo tipo I que posea el bien 2, consumirán el bien 1 para satisfacer sus necesidades de consumo de corto plazo. Si un individuo tipo II que posee el bien 3 en sus inventarios se encuentra con un individuo tipo I que posee el bien 2, también se producirá un intercambio: el individuo tipo I consumirá el bien 3 y producirá una nueva unidad del bien 2, y el individuo tipo II consumirá el bien 2, y producirá una nueva unidad del bien de producción.

Los individuos tipo III intercambiarán con los individuos tipo II que posean el bien 3, entregando el bien 1 a cambio. También intercambiarán con los individuos tipo I, entregando el bien 1, y recibiendo el bien 2 o 3 a cambio, para consumirlo inmediatamente, y producir una nueva unidad del

bien 1.

3.3 Caso III

El presente caso, representa una situación en la cual los individuos tipo II siguen la estrategia especulativa (intentan mantener en sus inventarios el bien con mayores costos de almacenamiento), y los demás tipos siguen la estrategia fundamental (intentan mantener en sus inventarios el bien con menores costos de almacenamiento). Tal como se mencionó anteriormente, el vector de probabilidades resultante de esta combinación de estrategias, es

$$(p_{12c}; p_{12n}; p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0; 0; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0\right).$$

Si solo se toma en cuenta los bienes que tienen en sus inventarios cada uno de los distintos tipos de individuos, sin importar si los individuos consumieron o no el período anterior, se podría escribir el vector de probabilidades de la siguiente manera: $(p_{12}, p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = (1; 0; 0; 1; 1; 0)$. En este caso, **no existe ningún bien que sea utilizado como medio común en los intercambios**. Dadas las estrategias seguidas por cada uno de los individuos, ninguno intentará mantener en su inventario un bien que no sea el bien que produce. Esto implica que, siempre que exista una posibilidad de intercambio entre dos individuos de distinto tipo, alguna de las partes necesariamente obtendrá un bien de consumo sub-óptimo.

Si solo se tiene en cuenta si los individuos consumieron o no el período anterior, se puede escribir el vector de probabilidades de la siguiente manera: $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$. Para todos los tipos de individuos, la probabilidad de no haber consumido el período anterior es de 33%. Esto implica que las decisiones de consumo de corto plazo condicionarán las decisiones de los individuos en un tercio de los casos, en el 66% de los casos, las decisiones tomadas responden a las estrategias de cada uno de los individuos.

A continuación se representa en un gráfico, la dirección de los intercambios. Las líneas punteadas representan los intercambios en los que, al menos una de las partes no obtiene el máximo nivel de satisfacción posible (existe al menos una parte que consume un bien sub-óptimo). En este caso, todos los intercambios realizados tienen esta característica.

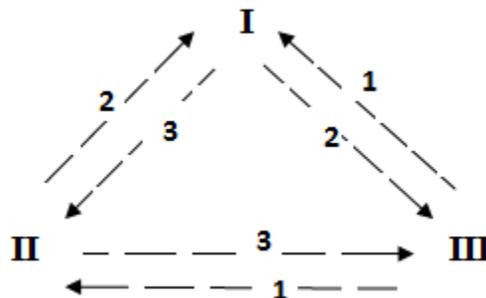


Ilustración III

Los individuos tipo I mantienen en sus inventarios el bien 2, que intercambiarán a los individuos tipo II por el bien 3 en caso de tener la oportunidad. En caso de encontrarse con individuos tipo III intercambiarán el bien 2 por el bien 1, obteniendo así un nivel de utilidad máximo.

Los individuos tipo II mantienen en sus inventarios el bien 3, que intercambian a los individuos tipo I por el bien 2, obteniendo así el máximo nivel de utilidad. En caso de encontrarse con individuos tipo III intercambian el bien 3 por el bien 1, el cual consumen para inmediatamente producir una nueva unidad del bien 3.

Los individuos tipo III intercambian con los individuos tipo I y tipo II, tal como se comentó en los párrafos anteriores.

Esta situación de equilibrio es poco deseable, ya que, tal como se mencionó con anterioridad, en todo intercambio existe al menos una parte que no obtiene el bien de consumo óptimo. Esto sucede gracias a los incentivos existentes que, llevan a que ninguno de los agentes económicos involucrados quiera modificar la situación de sus inventarios.

3.4 Caso IV

El presente caso se da cuando los individuos tipo I y II siguen la estrategia fundamental, mientras que los individuos tipo III siguen la estrategia especulativa. Tal como se mencionó en el apartado 2.2.2., dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos, el valor que toman las probabilidades es

$$(p_{12c}; p_{12n}; p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{61}{100}; \frac{39}{100}; 0; \frac{4}{25}; \frac{14}{25}; \frac{7}{25}; \frac{51}{100}; \frac{8}{25}; \frac{17}{100}\right).$$

Si se deja de lado el hecho de que los individuos hayan consumido o no el período anterior, y solo se toma en cuenta el bien que tienen en sus inventarios los distintos tipos de individuos, se tiene que $(p_{12}; p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = \left(1; 0; \frac{4}{25}; \frac{21}{25}; \frac{51}{100}; \frac{83}{100}; \frac{17}{100}\right)$. En este caso, se utilizan dos bienes como medio de cambio: el bien 1 y el bien 2, que son los bienes con menor costo de almacenamiento. Actúan como intermediarios los individuos tipo II y III.

Si solo se tiene en cuenta si los individuos consumieron o no el período anterior, puede reescribirse el vector de probabilidades tal como se muestra a continuación: $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = \left(\frac{61}{100}; \frac{39}{100}; \frac{14}{25}; \frac{11}{25}; \frac{51}{100}; \frac{49}{100}\right)$. En este caso, aproximadamente el 40% de los individuos tipo I se encontrarán en situaciones de intercambio, ante la realidad de no haber consumido el período anterior. Esto condiciona su actuar, ya que los individuos priorizarán sus necesidades de consumo de corto plazo, a las estrategias a seguir. En el caso de los individuos tipo II, un 44% de ellos se encontrará en determinadas condiciones de intercambio, sin haber consumido el período anterior. Para los individuos tipo III, este porcentaje asciende al 50% aproximadamente.

Tal como se mostró en los casos anteriores, se realiza un gráfico que muestra los flujos comerciales entre los distintos tipos de individuos. Las líneas continuas muestran los intercambios realizados entre individuos en los que ambas partes están maximizando su utilidad al buscar posibilidades de consumo del bien óptimo. Las líneas discontinuas muestran aquellos intercambios en los que, al menos una de las partes consume un bien sustituto imperfecto (y cuyas decisiones están por lo general ligadas a la satisfacción de necesidades de consumo inmediatas).

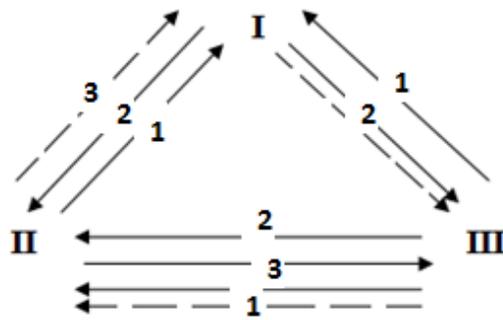


Ilustración IV

Los individuos tipo I mantienen en stock el bien 2 siempre (es el bien con menores costos de almacenamiento para este tipo de individuos, y como además es el bien que producen, tienen la posibilidad de mantenerlo en stock siempre que quieran). Intercambiarán con el individuo tipo II siempre que tengan la oportunidad (ya sea para obtener el bien de consumo óptimo, en caso de que el individuo tipo II posea el bien 1, o para consumir un bien sustituto imperfecto, en caso de que el individuo tipo II posea el bien 3). Esto último se cumple dado el supuesto que establece que $u_{ijc} + V_{ii*c} > V_{ii*n}$. Cuando el individuo consume, tiene determinado margen de libertad para tomar decisiones en cuanto a las estrategias a seguir en el próximo período, lo cual no ocurre en caso de que el individuo no haya consumido el período anterior (en cuyo caso se prioriza el consumo –óptimo o sub-óptimo- por encima de cualquier otra estrategia). En caso de que el individuo tipo I se encuentre con el individuo tipo III, intercambiará solo si el individuo tipo III posee el bien 1.

Los individuos tipo II podrán intercambiar siempre con los individuos tipo I, por las razones enunciadas en el párrafo anterior. En caso de que un individuo tipo II se encuentre con un individuo tipo III, pueden darse distintas situaciones. Si el individuo tipo II posee el bien 3 en sus inventarios, y se encuentra con un individuo tipo III, se producirá un intercambio, sin importar el bien que el individuo tipo III tiene en stock (si posee el bien 1, el individuo tipo II podrá almacenarlo o consumirlo, dependiendo de si éste consumió o no el período anterior; y en caso de que posea el bien 2, el individuo tipo II lo consumirá sin importar si consumió o no el período anterior).

Los individuos tipo III intercambiarán su bien de producción por el bien 2 que conseguirán a través de los individuos tipo I. Almacenarán el bien 2 por un período para intercambiarlo por su bien de consumo óptimo a los individuos tipo II que tienen el bien 3 en sus inventarios, en caso de tener la oportunidad. En caso de que no consigan intercambiarlo por el bien de consumo óptimo (o en caso de que al adquirirlo no hayan consumido el período anterior), lo consumirán y almacenarán una nueva unidad del bien de producción.

Tal como se mencionó con anterioridad, hay menos incentivos individuales a mantener un bien con mayores costos de almacenamiento, si de igual manera, los intercambios pueden realizarse con bienes sustitutos imperfectos. Si se piensa en el conjunto de los individuos, no da lo mismo una estrategia a la otra, ya que el intentar mantener en stock el bien que la contraparte valora más, aumenta el nivel de utilidad obtenida para, al menos, una de las partes.

3.5 Caso V

El caso V representa la situación contraria al caso anterior: los individuos tipo I y II siguen la estrategia especulativa (almacenan de ser posible, el bien con mayor costo de almacenamiento), mientras que los individuos tipo III siguen la estrategia fundamental (almacenan el bien con menor costo de almacenamiento). Tal como se mencionó con anterioridad, dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos, las probabilidades de que los individuos mantengan uno u otro bien en sus inventarios son $(p_{12c}; p_{12n}; p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = (\frac{6}{11}; \frac{3}{11}; \frac{2}{11}; 0; \frac{20}{33}; \frac{13}{33}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 0)$.

Si solo se tiene en cuenta el bien que tienen almacenado los distintos tipos de individuos, sin importar si los mismos consumieron o no el período anterior, se tiene que $(p_{12}, p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = (\frac{9}{11}; \frac{2}{11}; 0; 1; 1; 0)$. En este caso, el único bien utilizado como medio común de los intercambios, es el bien con mayores costos de almacenamiento: el bien 3.

Si se considera solo si los individuos consumieron o no el período anterior, las probabilidades podrían expresarse de la siguiente manera: $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = (\frac{6}{11}; \frac{5}{11}; \frac{20}{33}; \frac{13}{33}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3})$. Aproximadamente un 45% de los individuos tipo I no consumieron el período anterior, lo que implica que, en la próxima oportunidad de realizar un intercambio, priorizarán su necesidad de consumo de corto plazo, dejando de lado las estrategias que se siguen. En el caso de los individuos tipo II, un 40% de los individuos se encuentra en esta situación. En el caso de los individuos tipo III, el porcentaje asciende a un 33%.

A continuación, se plasman en un gráfico, los intercambios que se llevan a cabo bajo las estrategias comprendidas en este caso. Las líneas continuas representan los intercambios que permiten que las dos partes involucradas puedan obtener el máximo nivel de utilidad. Las líneas discontinuas representan aquellos intercambios en los que, al menos una de las partes consume un bien sustituto imperfecto, y, por lo tanto, no obtiene el máximo nivel de utilidad que podría obtener.

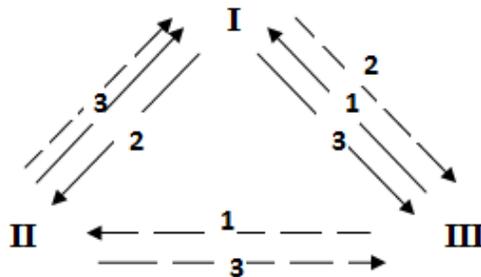


Ilustración V

Dado que los individuos tipo I siguen una estrategia de tipo especulativa, intentarán mantener en sus inventarios, siempre que sea posible, el bien 3. Para ello intercambiarán el bien que producen por el bien 3 a los individuos tipo II cuando se presente la oportunidad. Luego, intercambiarán el bien 3 por el bien 1 a los individuos tipo III, o consumirán el bien 3 en caso de que no consigan el bien de consumo óptimo.

Al igual que los individuos tipo I, los individuos tipo II especulan, y mantienen en stock el bien con mayores costos de almacenamiento, que en el caso de los individuos tipo II, es el mismo bien que producen. De esta forma, intercambiarán el bien 3 por el bien 2 a los individuos tipo I, y el bien 3 por el bien 1 a los individuos tipo III siempre que tengan la oportunidad (hayan consumido o no el período anterior: si consumieron el período anterior, intercambiarán por el supuesto $u_{ihc} + V_{ii*c} > V_{ii*n}$; y en caso de que no hayan consumido el período anterior, intercambiarán por necesidad de consumo).

Los individuos tipo III intercambiarán siempre que se encuentren con individuos tipo II que posean el bien 3, y siempre que se encuentren con individuos tipo I que posean el bien 3 y el bien 2.

Tal como se mencionó anteriormente, el bien utilizado como medio común de los intercambios es, en el caso V, el bien con mayores costos de almacenamiento: bien 3, y el individuo que actúa como intermediario, es el individuo tipo I.

3.6 Caso VI

En el presente caso, se contempla la posibilidad de que los individuos tipo I y III sigan una estrategia de tipo especulativa, mientras que los individuos tipo II siguen una estrategia fundamental. Esta combinación de estrategias hace que, todos los tipos de individuos, intenten mantener en stock, un bien distinto al que producen.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos, los valores que toman las probabilidades, tal como se muestra en el apartada 2.2.2., son

$$(p_{12c}; p_{12n}; p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{5251}{10000}; \frac{3259}{10000}; \frac{1490}{10000}; \frac{5251}{10000}; \frac{3259}{10000}; \frac{1490}{10000}; \frac{5251}{10000}; \frac{3259}{10000}; \frac{1490}{10000} \right)$$

Si no se tiene en cuenta el hecho de que los individuos hayan consumido o no el período anterior, puede simplificarse la expresión de la siguiente manera: $(p_{12}, p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = \left(\frac{851}{1000}; \frac{149}{1000}; \frac{5251}{10000}; \frac{4749}{10000}; \frac{851}{1000}; \frac{149}{1000} \right)$. En este caso, todos los bienes son utilizados en algún momento como medio común de los intercambios, y por lo tanto, todos los agentes actúan en algún momento como intermediarios.

Si solo se considera si los individuos consumieron el período anterior, puede escribirse $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = \left(\frac{5251}{10000}; \frac{4749}{10000}; \frac{3259}{10000}; \frac{6741}{10000}; \frac{5251}{10000}; \frac{4749}{10000} \right)$. Esto implica que aproximadamente un 47% de los individuos tipo I y III no consumieron el período anterior. Respecto de los individuos tipo II la cifra asciende al 67%. Esto influirá en las decisiones que tomarán los distintos individuos, ya que, mientras más alto sea este porcentaje, una mayor parte de las decisiones de los individuos se verán influenciadas por las necesidades de consumo de corto plazo, y menos influencia tendrán las estrategias seguidas por cada tipo de individuo.

Si se representan mediante un gráfico los intercambios que se llevaran a cabo en este caso, se obtiene una ilustración como la que se muestra a continuación. Las líneas continuas representan, tal como se mencionó en los casos anteriores, los intercambios que se llevan a cabo tendientes a

garantizar a las dos partes que intervienen en el intercambio, sus bienes de consumo óptimo. Las líneas discontinuas, representan los intercambios en los que, al menos una de las partes consume un bien de consumo sub-óptimo.

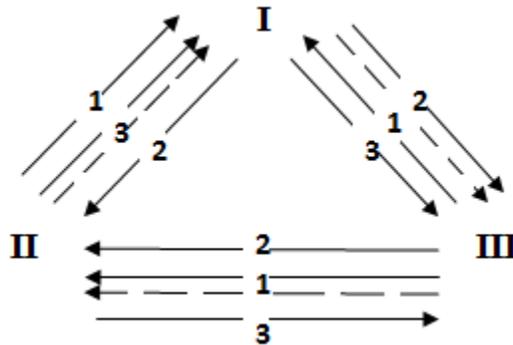


Ilustración VI

Los individuos tipo I intentarán obtener el bien 3 mediante el intercambio con los individuos tipo II, para luego poder intercambiar dicho bien por el bien 1 a los individuos tipo III. En caso de que los individuos tipo I que poseen el bien 2 se encuentren con individuos tipo II que posean el bien 1, se producirá el intercambio, y ambas partes obtendrán un nivel de utilidad máxima. Si los individuos tipo I se encuentran con individuos tipo III que posean el bien 1, también se producirá un intercambio, y el individuo tipo I obtendrá un nivel de utilidad máxima.

Los individuos tipo II intentarán mantener en sus inventarios el bien 1, que obtendrán mediante el intercambio con los individuos tipo III (a quienes entregarán a cambio el bien 3). También intercambiarán, en caso de tener la oportunidad, con los individuos tipo III que posean el bien 2, en cuyo caso ambas partes obtienen el máximo nivel de utilidad. Los individuos tipo II cambiarán el bien 1 por el bien 2 a los individuos tipo I, en caso de tener la oportunidad, y ambas partes obtendrán así el máximo nivel de utilidad. También realizarán intercambios con los individuos tipo I, para proveerlos con el bien 3 (que estos últimos almacenarán o consumirán de acuerdo a si consumieron o no el período anterior), a cambio del bien 2.

Los individuos tipo III intentarán almacenar el bien 2, que conseguirán mediante el intercambio con los individuos tipo I, a cambio del bien 1. Una vez obtenido el bien 2, intentarán utilizarlo para intercambiar con los individuos tipo II, por el bien 3, en caso de que se presente la oportunidad. En caso de no poder intercambiarlo con los individuos tipo II, lo consumirán para poder satisfacer sus necesidades de consumo de corto plazo.

3.7 Caso VII

Este caso representa la situación que se da cuando los individuos tipo II y tipo III especulan, mientras los individuos tipo I siguen una estrategia de tipo fundamental. Tal como se mencionó en el apartado 2.2.2., las probabilidades resultantes de esta combinación de estrategias es la siguiente:

$(p_{12c}; p_{12n}, p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = (\frac{20}{33}; \frac{13}{33}; 0; 0; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{6}{11}; \frac{3}{11}; \frac{2}{11})$. Si no se tiene en cuenta si los individuos consumieron o no el período anterior, y solo se consideran los bienes que

tienen los individuos en sus inventarios, se puede escribir $(p_{12}, p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = (1; 0; 0; 1; \frac{9}{11}; \frac{2}{11})$. En este caso, el único bien utilizado como medio de intercambio es el bien 2 (que son los bienes con un costo de almacenamiento intermedio), y los individuos que actúan como intermediarios de los intercambios son los individuos tipo III.

Si solo se considera si los individuos consumieron o no el período anterior, se pueden reescribir las probabilidades de la siguiente manera: $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = (\frac{20}{33}; \frac{13}{33}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{6}{11}; \frac{5}{11})$. El 40% de los individuos tipo I no consumieron el período anterior. En el caso de los individuos tipo II este porcentaje es del 33%, y para los individuos tipo III, el porcentaje representa el 45%. Estos porcentajes son importantes porque, el hecho de que los individuos no hayan consumido el período anterior, implica que los mismos tomarán decisiones basados en sus necesidades de consumo de corto plazo, que no necesariamente responden a las acciones que llevarían a cabo si solo se plantearan llevar adelante las estrategias de almacenamiento.

A continuación se muestra, tal como se realizó en los apartados anteriores, el flujo de intercambios que se producen entre los distintos tipos de individuos que siguen las estrategias antes enunciadas. Las líneas continuas representan los intercambios que realizan los individuos, con fin de obtener el bien de consumo óptimo, siguiendo las estrategias planteadas. Las líneas discontinuas, representan los intercambios que se realizan entre los distintos individuos, en los que al menos uno de ellos consume un bien de consumo sub-óptimo.

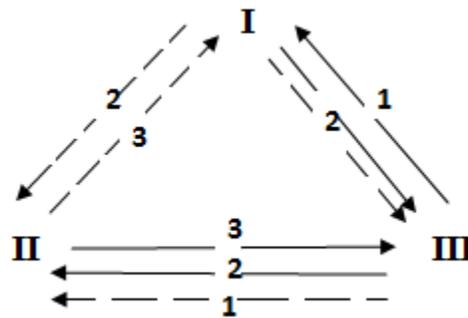


Ilustración VII

Los individuos tipo I, que juegan la estrategia fundamental, tendrán siempre en stock el bien 2, ya que es el bien que producen y el que tiene menor costo de almacenamiento. Solo realizarán intercambios para consumir, ya sea el bien de consumo óptimo (bien 1) o algún bien de consumo sub-óptimo (en este caso el bien 3). Solo mediante el intercambio con los individuos de tipo III que mantienen el bien 1 en stock podrán obtener el bien de consumo óptimo. Si intercambian con los individuos tipo II (que dada la estrategia que siguen, y el bien que producen mantendrán siempre en stock el bien 3), solo obtendrán un bien de consumo sub-óptimo.

Los individuos tipo II, que especulan de forma tal de mantener en stock el bien con mayor costo de almacenamiento, tendrán siempre en sus inventarios el bien 3. Realizarán intercambios mutuamente convenientes cuando se reúnan con individuos tipo III que posean el bien 2, obteniendo ambos su bien de consumo óptimo. Si tienen una oportunidad de intercambio con los individuos tipo III que

tienen el bien 1, comercializarán y consumirán el bien 1 y producirán una nueva unidad del bien 3 inmediatamente. En caso de tener oportunidades de intercambio con los individuos tipo I (que tendrán el bien 2 en sus inventarios), intercambiarán obteniendo su bien de consumo óptimo, y producirán nuevamente el bien de producción.

Los individuos tipo III siguen la estrategia especulativa, intentarán obtener mediante el intercambio con los individuos tipo I, el bien 2, que luego intercambiarán con los individuos tipo II, si consumen antes el bien por necesidad. En caso de que no obtengan el bien 2, utilizarán el bien 1 para obtener algún bien que puedan consumir.

3.8 Caso VIII

Este caso representa la situación que se da cuando los todos los individuos especulan. Tal como se mencionó en el apartado 2.2.2., las probabilidades resultantes de esta combinación de estrategias es la siguiente:

$$(p_{12c}; p_{12n}; p_{13}; p_{21}; p_{23c}; p_{23n}; p_{31c}; p_{31n}; p_{32}) = \left(\frac{51}{100}; \frac{32}{100}; \frac{17}{100}; 0; \frac{61}{100}; \frac{39}{100}; \frac{14}{25}; \frac{7}{25}; \frac{4}{25}\right).$$

Si no se tiene en cuenta si los individuos consumieron o no el período anterior, y solo se consideran los bienes que tienen los individuos en sus inventarios, se puede escribir $(p_{12}; p_{13}; p_{21}; p_{23}; p_{31}; p_{32}) = \left(\frac{83}{100}; \frac{17}{100}; 0; 1; \frac{21}{25}; \frac{4}{25}\right)$. En este caso, los bienes 2 y 3 son utilizados como medio de intercambios, y los individuos tipo I y tipo III son intermediarios en los intercambios.

Si solo se considera si los individuos consumieron o no el período anterior, se pueden reescribir las probabilidades de la siguiente manera: $(p_{1c}; p_{1n}; p_{2c}; p_{2n}; p_{3c}; p_{3n}) = \left(\frac{51}{100}; \frac{49}{100}; \frac{61}{100}; \frac{39}{100}; \frac{14}{25}; \frac{11}{25}\right)$. En este caso, aproximadamente el 50% de los individuos tipo I no consumieron el período anterior, mientras que, en el caso de los individuos tipo II este porcentaje es cercano al 40%, y para los individuos tipo III son el 44% de los individuos los que no consumieron el período anterior. Estos porcentajes son importantes, porque representan en que magnitud influirán las necesidades de consumo de corto plazo, en las decisiones que tomen los individuos.

Para entender con mayor facilidad cómo se dan los intercambios entre los distintos tipos de individuos, se realiza un gráfico similar a los utilizados en los apartados anteriores:

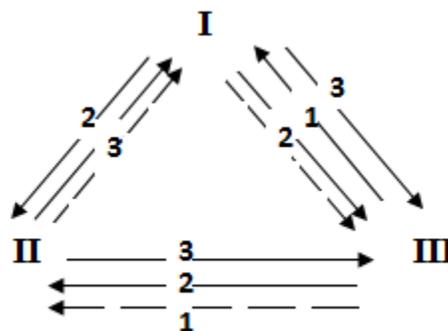


Ilustración VIII

Los individuos tipo I intercambian el bien 2 por el bien 3 a los individuos tipo II, en caso de que exista la oportunidad. Mantienen el bien 3 en sus inventarios para intercambiarlo luego por el bien 1 a los individuos tipo III (esto siempre y cuando los individuos tipo I hayan consumido el período anterior cuando obtienen el bien 3, ya que de modo contrario lo intercambian solo para consumirlo). Los individuos tipo I actuarán como intermediarios siempre que, habiendo consumido el período anterior, se encuentren con un individuo tipo II, al que le entregarán el bien 2 a cambio del bien 3, y luego, se encuentren con un individuo tipo III que posea el bien 1 almacenado.

Los individuos tipo II intercambian mantienen siempre el bien 3 en su inventario, ya que siguen una estrategia de tipo especulativa y producen el bien 3, lo que elimina la posibilidad de que mantengan otros bienes almacenados. Intercambian el bien 3 por el bien 2 a los individuos tipo I siempre que se les presente la oportunidad. En caso de encontrarse con individuos de tipo III, intercambian el bien 3 por el bien que los individuos tipo III mantengan en su inventarios en ese momento, consumen inmediatamente el bien obtenido, y producen una nueva unidad del bien 3.

Los individuos tipo III intercambian su bien de producción a los individuos tipo I, por el bien de consumo óptimo (bien 3), en caso de que se encuentren con un individuo tipo I que posea el bien 3; o por el bien 2, que utilizarán para intercambiar con los individuos tipo II o para consumirlo en caso de que no hayan consumido el período anterior. Cabe mencionar que, en este caso, dado que el individuo tipo II siempre intercambiará con los individuos tipo III sin importar el bien que tengan almacenado, no existen muchos incentivos a mantener un bien con un costo de almacenamiento mayor, si no representa una mejora clara en las oportunidades de intercambio, dadas las estrategias seguidas por los demás jugadores, y la posibilidad de obtener el bien de consumo óptimo de todas formas.

CAPÍTULO 4: Aplicación del modelo reformulado a un caso concreto

4.1 Introducción

Para desarrollar un ejemplo interesante desde el punto de vista práctico, se analizarán las condiciones del modelo anteriormente desarrollado, como condiciones que pueden darse en el mercado de valores. Cada uno de los individuos representa un tipo de inversor, con distintas características. Los llamados “bienes” durante el desarrollo del modelo, serán tratados en este capítulo, como activos financieros, que diferirán uno del otro por el plazo de su vencimiento, que se asociará directamente con su rendimiento.

A cada activo financiero, se le asocia determinado rendimiento. En el modelo, se asoció a cada uno de los bienes con determinado costo de almacenamiento: en este capítulo, los costos de almacenamiento serán tratados como pérdida relativa en términos de rentabilidad (o utilidad). Activos con similares características, pero con plazos mayores de vencimiento pagan un interés mayor: inmovilizar dinero por períodos de tiempo prolongados, conlleva un riesgo de reinversión relacionado con los cambios en el entorno macroeconómico en el mediano y largo plazo (inflación, devaluaciones, etc), riesgo que en los activos con menores plazo de vencimiento es menor. Esto explica, a los efectos del modelo, la diferencia de rentabilidad:

$$c_{i3} > c_{i2} > c_{i1} > 0 \quad \forall i$$

El bien 3 (activo de corto plazo) es aquel que presenta una pérdida mayor en términos de rentabilidad, en término de otros activos. Sigue en bien 2 (activo de mediano plazo), que tiene una rentabilidad intermedia, y posteriormente el bien 1, que es el que menor pérdida en términos de rentabilidad relativa presenta (activo de largo plazo).

Los individuos tipo I, son individuos que prefieren mantener activos de corto plazo en sus carteras, por las características propias de su actividad. Entran en esta clasificación aquellos individuos o empresas que tienen disponibilidades de fondos por un plazo relativamente corto. Estos individuos buscan invertir en activos de corto plazo, que les proporcionan una rentabilidad positiva, y segura.

Los individuos tipo II señalados en el modelo, se corresponden con aquellos individuos que buscan invertir sus fondos en activos de mediano plazo. Pueden entrar en esta categoría, los fondos comunes de inversión, y otras instituciones similares, que ofrecen una forma alternativa de ahorro a los pequeños ahorristas. En caso de conseguir este tipo de activos, los mantienen hasta su vencimiento.

Finalmente, los individuos tipo III desean invertir en activos de largo plazo. Este tipo de individuos puede relacionarse con los inversores institucionales, que tienen la posibilidad de inmovilizar fondos por períodos de tiempo prolongados (puede nombrarse, a modo de ejemplo, los fondos de jubilaciones y pensiones). Si adquieren los activos que se adaptan a su perfil, lo mantienen hasta su vencimiento.

Es importante señalar que, el hecho de que cada uno de los tipos de individuos mantenga los activos que se adaptan a su perfil, implica que tales activos estarán fuera del mercado una vez que hayan

sido adquiridos por los individuos correspondientes. De esta forma, lo que en el capítulo 3 era tratado como consumo, en este capítulo se entiende como aquellas inversiones en las que el activo financiero se mantiene hasta su vencimiento.

Los individuos pueden invertir en un activo “preferido” (cuyo plazo de vencimiento se adapte perfectamente a las necesidades de los individuos) , o en activos sustitutos imperfectos, cuyo plazo de vencimiento no se adapta perfectamente a las necesidades de determinado tipo de individuo, pero representa una alternativa de inversión razonable.

En el modelo desarrollado en los capítulos anteriores, se asignó un bien de producción a cada uno de los individuos. Cada individuo producía una unidad del bien de producción inmediatamente después de consumir una unidad de alguno de los bienes de consumo. En este capítulo, se entiende que los llamados bienes de producción, son activos que mantienen los individuos de manera temporaria, y a los que pueden acceder con facilidad y a un costo de intermediación relativamente bajo. Entonces, los individuos realizarán inversiones “temporarias” en determinados activos financieros lo que implica que no mantendrán esos activos hasta su vencimiento, sino que se desprenderán de ellos en el mercado de valores, cuando resulte económicamente conveniente, o cuando consideren necesario realizar determinada inversión. Estas inversiones temporarias, son equivalentes a lo que en el capítulo 3 se llamó almacenamiento.

Entonces, en el presente capítulo, la palabra “consumir” puede reemplazarse por la expresión “inversión permanente”: se realiza una inversión permanente en un activo cuando se lo mantiene hasta su vencimiento una vez adquirido (es decir, el activo queda fuera del mercado). Se realizan inversiones temporarias cuando se mantienen activos financieros por plazos relativamente cortos, y luego se venden en el mercado, para obtener un título que sea de mayor interés, lo que reemplazará a la palabra “almacenamiento” utilizada en los capítulos anteriores.

Las estrategias de los individuos, estarán relacionadas directamente con las expectativas que tienen los mismos sobre la tasa de interés de mercado (puede tomarse como tasa de referencia la tasa de interés de un plazo fijo a 30 días). Si los individuos esperan que la tasa de interés de mercado aumente, no querrán mantener en sus inventarios (o realizar inversiones temporarias) activos de largo plazo (bien 1), ya que para ellos resulta más conveniente invertir en un activo de corto plazo, para luego poder reinvertir su dinero a una tasa más elevada, cuando las expectativas se materialicen. Si, por el contrario, se espera que la tasa de interés de mercado disminuya, se buscará realizar inversiones temporarias en activos de largo plazo, ya que en el futuro, cuando la disminución de las tasas de interés de mercado se concrete, estos activos ofrecerán un rendimiento más atractivo respecto de las otras opciones.

Dado que el mercado bursátil es un mercado en el que las asimetrías de información son la regla y no la excepción, puede que las expectativas futuras sobre las tasas de interés entre los distintos individuos no sea la misma, lo cual llevará a que cada uno de los individuos actúe en consecuencia, y se presenten los distintos casos a los que se hizo referencia en el desarrollo del trabajo.

A continuación, se aplicarán las consideraciones mencionadas en los párrafos anteriores, a algunos de los casos que se desarrollaron en el capítulo 3. Una vez que el lector se familiarice con las relaciones realizadas, podrá comprobar que los casos aquí no explicados pueden tratarse de manera similar a los que si se desarrollan.

4.2 Aplicación de los casos anteriormente desarrollados

A continuación, se desarrollarán cuatro ejemplos relacionados con algunos de los casos que se trataron en el capítulo 3. El lector podrá utilizar la lógica de razonamiento desarrollada, para analizar los casos que no se incluyen.

4.2.1 Caso I: Todos los tipos de individuos intentan mantener activos de corto plazo

Bajo las consideraciones realizadas con anterioridad, y bajo la asunción de que los bienes son activos financieros de renta fija, con similares características y distinto vencimiento (lo que explica el diferencial de rentabilidad que ofrece cada uno de ellos), este caso sería coherente con expectativas de baja de tasas de interés. Esto es así porque, si se espera que disminuya la tasa de interés del mercado (lo cual llevará a que disminuya el interés pagado por todos los activos en el largo plazo), cuando se materialice la baja de tasas de interés, solo se podrá reinvertir el dinero a un rendimiento inferior para todos los activos. Por ello es preferible invertir en activos de largo plazo que garantizan un rendimiento relativamente alto, comparado con lo que se espera obtener en el futuro.

Si bien los individuos intentan obtener activos que se adapten a su perfil riesgo-rendimiento, dado que esperan que disminuyan las tasas de interés, intentarán mantener en sus inventarios (inversiones temporarias) bienes de mayor plazo para obtener un rendimiento por diferencia de precios cuando se desprendan del activo. Es por ello que los activos tipo 1 son utilizados como medio común de los intercambios: son el activo que la mayoría de los individuos están dispuestos a recibir, ya que son los que mantienen (e incluso incrementan) su valor, ante las expectativas a la baja de las tasas de interés. Los intermediarios son los individuos tipo II: son aquellos que tienden a verse en desventaja ante el escenario económico los que intentarán modificar su situación.

A continuación, se muestran, mediante el desarrollo de un ejemplo numérico, valores que permiten que se cumplan las condiciones de equilibrio indicadas en el capítulo 2, para el caso I. A los efectos del ejemplo, no interesan los valores absolutos, sino su relación con los demás valores, en particular, interesan las diferencias entre algunas de las variables involucradas. Se analiza el cambio en los niveles de utilidad de los individuos ante cambios en las tasas de interés.

CASO I

Valor de "i" por período (implica $b=\beta/3$)

	i= 50%	i=10%	i=2%	i=0.5%
c13-c12	1	1	1	1
u11n-u11c	1	1	1	1
u13n-u13c	2	1.34	1.2	1.17
u11c-u13n	1	1	1	1
c23-c21	2	2	2	2
u22n-u22c	33.75	20.79	18.54	15.12
u21n-u21c	1	1	1	1
u22c-u21n	1	1	1	1
c32-c31	1	1	1	1
u33n-u33c	1	1	1	1
u32n-u32c	3.62	2.57	2.35	2.31
u33c-u32n	1	1	1	1

Cuadro 1: Todos los individuos intentan mantener activos de corto plazo.

Mientras mayor sea la diferencia $u_{ijn} - u_{ijc}$, mayores serán los incentivos para consumir (invertir) si no se consumió (inviertió) el período anterior (en el límite, cuando la diferencia es igual a cero, el modelo es similar al modelo original de Kiyotaki & Wright). Esto implica que, mientras mayores sean las diferencias en términos de utilidad al consumir (invertir) habiendo consumido (invertido) el período anterior versus no habiéndolo realizado, mayor será la tendencia a consumir (invertir) si se tiene la oportunidad, y por lo tanto mayor tendencia a tomar decisiones orientadas al corto plazo.

El cuadro I muestra que, al disminuir la tasa de interés de referencia del mercado, disminuyen los incentivos a consumir (invertir) si no se consumió (inviertió) el período anterior. Si disminuye la tasa de interés del mercado, los flujos de fondos futuros se descuentan a una tasa menor, el futuro importa más que antes, y por lo tanto, las decisiones que se toman, tienden a tener en cuenta este panorama futuro que ahora es más valorado por el mercado.

Disminuyen los incentivos a invertir en los activos de menor plazo, para todos los tipos de individuos. En el caso de los individuos tipo I, disminuye el incentivo a invertir en activos tipo 3, que son los activos con menor plazo, al disminuir la diferencia $(u_{13n} - u_{13c})$ cuando baja la tasa de interés. En el caso de los individuos tipo II, disminuye el incentivo a invertir en activos tipo 2, que si bien fueron caracterizados como activos de mediano plazo, son los activos de menor plazo en los que usualmente invierten los individuos tipo II. Lo mismo sucede en el caso de los individuos tipo III.

4.2.2 Caso III: Los individuos tipo I y III intentan mantener activos de largo plazo, mientras que los individuos tipo II intentan mantener activos de corto plazo.

Este presenta una curiosidad: ningún bien es utilizado como medio común de los intercambios. Esto sucede porque, dadas las expectativas que tiene cada uno de los individuos sobre la evolución de las tasas de interés, a cada uno de los distintos tipos de individuos les conviene tener siempre en sus inventarios aquellos bienes a los que acceden con mayor facilidad, porque pueden verse beneficiados por la diferencia de precios de compra y venta del activo, si la tasa de interés evoluciona de acuerdo a las expectativas de cada uno.

Es importante notar que, dadas las estrategias seguidas por los individuos en este caso, ninguno de ellos consigue invertir en activos que se adecuen perfectamente a su perfil: todos terminan realizando inversiones sub-óptimas.

Tal como sucede en los otros casos, se beneficiarán aquellos individuos cuyas expectativas sobre la evolución de las tasas de interés sea correcta.

Si, tal como esperaban los individuos tipo I y III, la tasa de interés disminuye, disminuyen los incentivos de estos individuos a invertir permanentemente en activos de plazo relativamente corto: es preferible mantenerlos por un tiempo, y luego venderlos en el mercado, de manera de obtener el beneficio adicional por la diferencia entre el precio de compra y de venta. En el caso de los individuos tipo I, la disminución de las tasas de interés debe ser lo suficientemente fuerte para que operen los incentivos antes mencionados.

Es curioso que, los individuos tipo II no muestran ninguna tendencia a cambiar su modo de actuar ante cambios en la tasa de interés. Esto no resulta extraño si se tiene en cuenta que ninguno de los individuos intenta mantener un activo que no sea aquel al que tienen acceso directo, lo que implica que al momento de encontrarse en situaciones de intercambio, ninguno de los individuos tendrá diversificado su inventario. Esto llevará a que, en caso de que quiera realizarse alguna inversión, entendiendo como tal aquella que implica mantener el activo hasta su vencimiento, se acepten activos que no se adapten perfectamente a las necesidades de inversión. Los individuos tipo II, al igual que los otros tipos de individuos, pueden invertir en activos sustitutos imperfectos, lo cual realizarán aumente o disminuya la tasa de interés.

CASO III

Valor de "i" por período (implica $b=\beta/3$)

	i= 50%	i=10%	i=2%	i=0.5%
c13-c12	1	1	1	1
u11n-u11c	1	1	1	1
u13n-u13c	10.96	1	1	0
u11c-u13n	1	1	1	1
c23-c21	2	2	2	2
u22n-u22c	1	1	1	1
u21n-u21c	1	1	1	1
u22c-u21n	1	1	1	1
c32-c31	1	1	1	1
u33n-u33c	1	1	1	1
u32n-u32c	0.25	0.24	0.21	0.2
u33c-u32n	1	1	1	1

Cuadro 2: Individuos tipo I y III intentan invertir en activos de menor plazo e individuos tipo II intentan invertir en activos de mayor plazo.

El comportamiento enunciado en este caso, solo podrá darse en el corto plazo, ya que, una vez que se materialice alguna de las tendencias esperadas por los individuos, aquellos cuyas predicciones fueron incorrectas, corregirán sus expectativas, y por lo tanto, sus estrategias (guiando las acciones de los individuos hacia el caso I u VIII, según corresponda).

4.2.3 Caso VI: Los individuos tipo I y III intenta invertir en activos de mayor plazo, mientras que los individuos tipo II intentan invertir en activos de plazo relativamente menor

Este caso representa la situación contraria a la desarrollada en el caso anterior. Los individuos tipo I y III intentan mantener activos de plazo relativamente mayor (dentro de sus posibilidades), y los individuos tipo II intentan mantener activos de plazo relativamente menor. Esto indica que, los individuos tipo I y III esperan que la tasa de interés de mercado disminuya, mientras que, los individuos tipo II esperan que la tasa de interés de mercado aumente.

Tal como se mencionó en el párrafo anterior, este caso representa la situación contraria a la planteada en el apartado 4.2. Es por ello, que al contrario de lo que sucedía en este último caso, en este caso todos los activos son utilizados en algún momento como medio común de los intercambios. Todos los tipos de individuos intentan realizar inversiones temporarias en activos a los que no pueden acceder con facilidad (rápido y con bajos costos de intermediación). Es por ello que intentarán obtenerlos mediante el intercambio con otros individuos dentro del mercado. Es importante señalar que, el fin último de estos agentes económicos es cubrirse del cambio en las

tasas de interés, mediante la inversión en activos temporarios, y realizar inversiones definitivas en aquellos activos que se adapten mejor a su perfil.

A continuación, se muestra un cuadro similar al mostrado en los párrafos anteriores, que muestra la evolución de la diferencia en términos de utilidad, de invertir (consumir, si se habla en términos del capítulo 3) si no se invirtió el período anterior, y de invertir en caso de que si se haya invertido el período anterior, ante distintos valores para la tasa de interés de mercado. Se entiende que si la diferencia ($u_{ihn} - u_{ihc}$) aumenta, aumentan los incentivos a invertir en caso de que no se haya invertido el período anterior, lo que implica disminuir el horizonte temporal para el cual se planifican las inversiones. También se muestra el diferencial entre los llamados costos de almacenamiento en el capítulo 3 (que en este caso representan la pérdida relativa en términos de utilidad), que se mantiene constante ante cambios en la tasa de interés, ya que están relacionados con la rentabilidad nominal de los títulos de renta fija, que una vez que son emitidos, no se modifica, lo que implica que la diferencia entre ellos tampoco cambia¹¹.

Caso VI				
Valor de "i" por período (implica $b=\beta/3$)				
	i= 50%	i=10%	i=2%	i=0.5%
c13-c12	1	1	1	1
u11n-u11c	1	1	1	1
u13n-u13c	4.83	3.8	3.59	3.55
u11c-u13n	1	1	1	1
c23-c21	2	2	2	2
u22n-u22c	7.51	4.95	4.48	4.39
u21n-u21c	1	1	1	1
u22c-u21n	36.7	28.3	26.66	26.61
c32-c31	1	1	1	1
u33n-u33c	1	1	1	1
u32n-u32c	4.83	3.8	3.59	3.54
u33c-u32n	1	1	1	1

Cuadro 3: Los individuos tipo I y III intentan mantener activos de menor plazo, y los individuos tipo II intentan mantener activos de mayor plazo.

Si se concretan las expectativas de los individuos tipo I y III, y la tasa de interés de mercado disminuye, disminuye la diferencia ($u_{13n}-u_{13c}$); ($u_{22n}-u_{22c}$); ($u_{22c}-u_{21n}$) y ($u_{32n}-u_{32c}$).

En el caso de los individuos tipo I, disminuyen los incentivos a realizar inversiones temporarias en activos de corto plazo: si la tasa de interés de mercado está disminuyendo, no conviene mantener activos de corto plazo, ya que, en caso de hacerlo, una vez que finalice la inversión, las tasas de interés a las que se podrá reinvertir serán inferiores (riesgo de reinversión). Conviene invertir en

¹¹ Se modifica la rentabilidad real de los títulos cuando se modifica la tasa de interés de mercado, porque cambia la tasa utilizada para descontar los beneficios futuros.

activos de largo plazo, que brindarán al tenedor del activo de un rendimiento relativo superior a medida que la tasa de interés de mercado disminuye.

En el caso de los individuos tipo II (cuyas estrategias estaban orientadas a un aumento en la tasa de interés de mercado), si la tasa de interés disminuye, disminuyen las diferencias ($u_{22n} - u_{22c}$) y ($u_{22c} - u_{21n}$). Es importante recordar que este tipo de individuos realizan inversiones permanentes solo en activos de largo plazo (activos tipo 1), y de mediano plazo (activos tipo 2). Entonces, dadas las inversiones que pueden realizar estos individuos, las inversiones en activos de mediano plazo se hacen menos atractivas en relación a las inversiones de largo plazo, ante un panorama de baja de tasas de interés.

En el caso de los individuos tipo III, que solo realizan inversiones permanentes en activos de corto plazo (activos tipo 3), y activos de mediano plazo (activos tipo 2), al disminuir la tasa de interés de mercado, los incentivos a realizar inversiones permanentes en activos de menor plazo relativo disminuyen: puede resultar más rentable mantener tales activos de manera temporaria, y obtener una rentabilidad adicional por ellos fruto del diferencial entre precio de compra y venta.

4.2.4 Caso VIII: Todos los individuos intentan mantener activos de corto plazo

Este caso representa la situación en la que todos los tipos de individuos, más allá de tener preferencia por determinados activos, intenta mantener en stock bienes con el menor plazo posible, dentro de sus posibilidades. Detrás de la estrategia elegida por todos los individuos, se encuentran expectativas al alza de las tasas de interés: invertir en activos de corto plazo, permiten, una vez que se haya materializado la suba de las tasas de interés de mercado, invertir a una tasa de interés más elevada.

Este caso implicará que, los individuos intentarán mantener en sus carteras activos en los que no necesariamente quieren invertir por mucho tiempo, pero que mantendrán momentáneamente para realizar una ganancia ante la suba de las tasas de interés.

Tal como se mencionó en el capítulo 3, los activos utilizados como medio común de los intercambios serán, en este caso, los activos 2 y 3 (los activos de menor plazo), y los individuos que actuarán como intermediarios, son los individuos tipo I y III, que son quienes tienen facilidades para obtener activos de corto plazo. Suena razonable: se intercambiarán aquellos activos que resultan atractivos, dadas las expectativas del mercado. Los activos que no tienen las características buscadas por los inversores, serán comprados por aquellas personas que estén dispuestas a arriesgarse, y a esperar para obtener el rendimiento (como es el caso de los activos tipo 1).

La diferencia ($u_{ijn} - u_{ijc}$) indica si los individuos tienen a actuar con perspectivas cortoplacistas. Mientras mayor sea la diferencia entre consumir hoy habiendo consumido el período anterior, y consumir hoy no habiendo consumido el período anterior, mayor será la predisposición de los individuos a consumir en caso de que no lo hayan hecho el período anterior. En el extremo, si esta diferencia tendiera a cero, los individuos podrían esperar indefinidamente para consumir, tal como

supusieron Kiyotaki & Wright en el modelo original (Kiyotaki & Wright, *On Money as a Medium of Exchange*, 1989), hasta que encontrasen el bien óptimo.¹²

A continuación, se muestra un ejemplo numérico de cómo evolucionan las diferencias ($u_{ijn} - u_{ijc}$) para cada uno de los tipos de individuos, ante cambios en la tasa de interés de mercado. Se entiende que cuando la diferencia en términos de utilidad al consumir en el presente, habiendo consumido o no el período anterior, aumente, aumenta la tendencia de los individuos a tomar decisiones orientadas al corto plazo.

En el caso VIII, todos los tipos de individuos intentan mantener activos de plazo relativamente corto. Dadas las características del ejemplo y de los activos, esto solo puede deberse a que los individuos esperan que la tasa de interés de mercado aumente. Si se espera que la tasa de interés de mercado aumente en el futuro, se invierte en activos de corto plazo, para poder reinvertir los fondos a un interés mayor cuando el aumento de tasas se concrete¹³.

Se entiende que la rentabilidad nominal de los activos que ya se encontraban en circulación, permanece constante, lo que explica que las diferencias entre costos de almacenamiento¹⁴ permanezca constante ante las modificaciones en las tasas de interés. Estas diferencias se muestran en un ejemplo numérico concreto, para los distintos tipos de individuos, y para los distintos tipos de activos en los que invierte cada uno de los individuos. Los datos numéricos deben tomarse en sentido ordinal, y no cardinal, es decir, solo deben tomarse en sentido orientativo.

¹² Recordar que, en el presente trabajo se levanta el supuesto de especialización en el consumo (respecto del trabajo planteado por Kiyotaki & Wright), para permitirles a los individuos satisfacer sus necesidades de consumo de corto plazo. Es por ello que, si desaparecieran tales necesidades, los individuos intentarían obtener el bien de consumo óptimo, lo cual puede llevarlos a despreciar el consumo del bien sustituto imperfecto si, al almacenarlo, aumenta la probabilidad de conseguir el bien de consumo óptimo.

¹³ Se entiende que los individuos que participan en este mercado, no tienen el poder suficiente como para influir en la evolución de las tasas de interés, lo que implica que los individuos se adaptan a los cambios de las mismas, y no al revés.

¹⁴ Recordar que, en este capítulo, se interpretan los costos de almacenamiento como pérdida relativa en términos de utilidad. Para el ejemplo, se consideró que todos los activos tienen características similares, con excepción del plazo de vencimiento, lo que permite explicar la diferencia en términos de rentabilidad, que se da por la existencia de una prima por riesgo de reinversión, que poseen los activos de mayor plazo (a mayor plazo, mayor prima por riesgo de reinversión).

Caso VIII

Valor de "i" por período (implica $b=\beta/3$)

	i= 50%	i=10%	i=2%	i=0.5%
c13-c12	1	1	1	1
u11n-u11c	1	1	1	1
u13n-u13c	4.72	3.68	3.47	3.43
u11c-u13n	1	1	1	1
c23-c21	2	2	2	2
u22n-u22c	22.92	17.3	16.18	15.96
u21n-u21c	1	1	1	1
u22c-u21n	45.84	34.59	32.34	31.92
c32-c31	1	1	1	1
u33n-u33c	1	1	1	1
u32n-u32c	5.57	4.39	4.16	4.12
u33c-u32n	1	1	1	1

Cuadro 4: Cambios Todos los individuos esperan que la tasa de interés de mercado disminuya.

Si las predicciones de los individuos eran correctas, y la tasa de interés de mercado utilizada para descontar los flujos de beneficios aumenta, se modifican los incentivos de los individuos. Si aumenta la tasa de interés, los beneficios futuros actualizados a valor presente valen menos. Los beneficios futuros pierden importancia en relación a los beneficios presentes. Esto hace que los individuos se orienten a realizar inversiones en el corto plazo.

Tales resultados se observan en los valores que muestra el cuadro 2. En el caso de los individuos tipo I, a medida que aumenta la tasa de interés de mercado, aumenta la diferencia (u13n-u13c), ceteris paribus. Esto implica que aumentan los incentivos de los individuos tipo I a invertir en activos de corto plazo, en caso de que no lo hayan realizado el período anterior.

Esto también se visualiza en el caso de los individuos tipo II: aumenta la diferencia (u22n-u22c) a medida que aumenta la tasa de interés de mercado. Los activos tipo 2 son los activos de menor plazo en los que invierten los individuos tipo II. Aumentan los incentivos a invertir en activos de menor plazo. También aumenta (u22c-u21n), lo que implica que se acentúa la diferencia en términos de utilidad, de invertir (consumir) en el activo (el bien de consumo) óptimo, y el activo (bien de consumo) sub-óptimo, más allá de las necesidades de inversión (o consumo, si se habla en términos del capítulo 3). Esto sucede en el caso de los individuos tipo II, porque su alternativa sub-óptima de inversión es el activo con mayor plazo, lo cual, dado un panorama de aumento de tasas de interés, implica una clara desventaja para este tipo de individuos. El aumento en la diferencia (u22c-u21n) en este caso, muestra la resistencia creciente por parte de los individuos tipo II a invertir en activos de corto plazo si aumenta la tasa de interés.

En el caso de los individuos tipo III, al aumentar la tasa de interés, se modifica la diferencia entre (u32n-u32c), ceteris paribus. Esto implica que, los individuos tipo III tendrán mayores incentivos a invertir en activos de mediano plazo, en caso que no lo hayan hecho el período anterior. Los individuos tipo III invierten en dos tipos de activos: activos de mediano plazo (2) y activos de corto plazo (3), que son los activos que mejor se adaptan a sus necesidades de inversión, y que, en escenarios en los cuales la tasa de interés tiene una tendencia a la baja, son los más adecuados para invertir. Es por ello que, a primera vista resulta extraño que aumente (u32n-u32c) y no (u33n-u33c). Para comprender correctamente este resultado, debe tenerse en cuenta que, los individuos tipo III solo almacenan (realizan inversiones transitorias) en activos de largo plazo (1) y en activos de mediano plazo (2). Ante un aumento en la tasa de interés, es de esperar que, las inversiones transitorias en activos de mediano, se conviertan en inversiones definitivas. La señal es clara: si se consigue un activo de plazo relativamente corto, invertir en él; si se consigue un activo de largo plazo, tratar de venderlo antes de que la suba de tasas de concrete, y el activo pierda valor.

Conclusiones

La inclusión de perfiles de consumo orientados al corto plazo, en el modelo original de Kiyotaki & Wright, para el “Modelo A”, que toma determinada distribución de la producción de bienes, amplía las posibilidades de utilizar distintos bienes como medio común de los intercambios. Se analizaron ocho situaciones posibles, definidas por las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos (cabe mencionar que solo se analizaron equilibrios en estrategias mixtas).

Cada una de las situaciones analizadas arroja un resultado distinto en cuanto al/los bien/es utilizado/s como medio/s común/es en los intercambios. La posibilidad de que se alcance alguna de las situaciones analizadas, estará directamente relacionada al cumplimiento de las condiciones necesarias, para todos los tipos de individuos.

Existe una tendencia a utilizar bienes con menor costo de almacenamiento cuando la mayoría de los tipos de individuos juegan la estrategia fundamental (caso I al IV), mientras que si la mayoría de los individuos sigue una estrategia de tipo especulativa (caso V al VIII), la tendencia se revierte, y es más común que se utilicen bienes con alto costo de almacenamiento como medio común de los intercambios.

Dados los supuestos realizados, la periodicidad de consumo aumenta significativamente, y por lo tanto la tenencia de bienes distintos a los bienes producidos en los inventarios de los individuos, se mantendrá por períodos cortos de tiempo: si no se consigue el bien de consumo óptimo, se consume el bien de consumo sub-óptimo (cualquier bien distinto del bien producido y del bien óptimo), y se produce una nueva unidad de el bien de producción.

Los individuos tendrán incentivos a actuar como intermediarios en los intercambios, cuando la estrategia seguida por ellos, no coincida con el bien que producen: si se busca mantener el bien con menor costo de almacenamiento, y se produce un bien con altos costos de almacenamiento, existen incentivos a mantener una postura activa en el mercado, buscando constantemente una alternativa que mediante el intercambio de bienes. (En el caso extremo, cuando todos los individuos siguen una estrategia que es coherente con el bien que ellos producen, ningún bien es utilizado como medio común de los intercambios, y solo se concretan el consumo de bienes sub-óptimos, ver caso III).

En contextos en los que la tasa de interés de mercado es elevada, los flujos de beneficios (utilidades) futuras pierden importancia relativa, lo que genera una tendencia a aumentar el consumo de bienes sub-óptimos: se pierde predisposición para esperar el consumo del bien óptimo, si las posibilidades de obtenerlo requieren de mayor esfuerzo, y los beneficios están alejados en el tiempo. Esto implica que para algunos individuos, si las tasas de interés son elevadas, existirá cierta tendencia a jugar la estrategia fundamental, ya que el ahorro de costos sucede en el presente, y los posibles beneficios de mantener el bien con mayor costo de almacenamiento (mayor comerciabilidad del bien), es un beneficio futuro.

No pueden realizarse a priori consideraciones sobre el nivel de bienestar de los individuos, es para ello necesario un examen riguroso sobre los niveles de utilidad finales obtenidos en cada uno de los

casos a lo largo de la vida de los individuos, comparados con los niveles de utilidad obtenidos en el modelo original (para el cual debe adaptarse la nomenclatura utilizada).

Deben analizarse las implicancias de introducir los cambios realizados, en el modelo que incorpora dinero fiduciario (Kiyotaki & Wright, *On Money as a Medium of Exchange*, 1989), para ver si las conclusiones a las que arriban los autores se mantienen.

Bibliografía

- Burdett, K., Trejos, A., & Wright, R. (7 de February de 2000). *Federal Reserve Bank of Cleverland: Cigarette Money*. Recuperado el 12 de Junio de 2014, de sitio web Federal Reserve Bank of Cleverland:
http://www.clevelandfed.org/research/conferences/2000/april/burdett_trejos_wright.pdf?WT.oss=cigarette%20money&WT.oss_r=10
- Hernández, A. (Diciembre de 2008). *Revista de Economía de Rosario: Los modelos de dinero endógeno: La evolución de los modelos monetarios de búsqueda*. Recuperado el 12 de junio de 2014, de Revista de Economía de Rosario:
<http://ideas.repec.org/a/col/000151/006166.html>
- Kiyotaki, N., & Wright, R. (s.f.). *A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics*. Recuperado el 4 de Octubre de 2013, de Jstor: <http://links.jstor.org/sici?sici=0002-8282%28199303%2983%3A1%3C63%3AASATME%3E2.0.CO%3B2-Q>
- Kiyotaki, N., & Wright, R. (1989). On Money as a Medium of Exchange. *Jornal of Political Economy* , 97 (4), 927-954.
- Mies M., V., & Soto M., R. (Diciembre de 2000). *Revista de Economía del Banco Central de Chile: Demanda por Dinero: Teoría, Evidencia y Resultados*. Recuperado el 12 de Junio de 2014, de sitio Web Banco Central de Chile: http://www.bcentral.cl/Estudios/revista-economia/2000/dic2000/rec_v3n3_pp5_32.pdf
- Mortensen, D. T., & Pissarides, C. A. (1994). Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment. *Review of Economic Studies* , 397-415.
- Rocheteau, Guillaume. (Enero de 2009). *A Monetary Approach to Asset Liquidity*. Recuperado el 8 de Marzo de 2014, de Federal Reserve Bank of Cleverland:
<http://www.clevelandfed.org/research/workpaper/2009/wp0901.pdf>
- Rupert, P., Schindler, M., & R., W. (May de 2000). *Generalized Search- Theoretic Models of Monetary Exchange*. Recuperado el 8 de Marzo de 2014, de Federal Reserve Bank of Cleverland: <https://www.clevelandfed.org/research/workpaper/2000/wp0005.pdf>
- Shevchenko, A., & Wright, R. (Septiembre de 2002). *A Simple Search Model of Money with Heterogeneous Agents and Partial Acceptability*. Recuperado el 8 de Marzo de 2014, de Federal Reserve Bank of Cleverland:
http://www.clevelandfed.org/research/workpaper/2002/wp0207.pdf?WT.oss=andrei%20shevchenko&WT.oss_r=20

Anexo

A continuación, se adjuntan los ocho casos a los que se hizo referencia con anterioridad, desarrollados en el programa “*Mathematica*”. Cada uno de los casos es desarrollado en detalle. La nomenclatura utilizada puede diferir de la utilizada con anterioridad respecto de las mayúsculas, debido a una cuestión de comodidad. Esto no afecta los resultados, y se espera que tampoco la comprensión del lector.

Muchas de las operaciones efectuadas, se adaptan al lenguaje específico del programa, lo que implica que el lector deberá contar con un conocimiento previo del mismo, aunque, en general, se explica mediante el texto a qué se quiere arribar.

```
Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]

Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso I: Todos los tipos de individuos juegan la estrategia fundamental (mantienen en stock el bien con menores costos de almacenamiento, siempre que sea posible).

Individuo Tipo I

Las funciones de valor del individuo tipo I, dadas la estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos, son:

$$\begin{aligned}
 v_{12c} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13c} + v_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{12n} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11n} + v_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13n} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11n} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{13} &= -c_{13} + b * (3 v_{12c} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{11n} + (2 + p_{32}) * u_{13n})
 \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo I siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{13c} + v_{12c}; v_{13}; v_{12n}) = u_{13c} + v_{12c}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } u_{13c} + v_{12c} > v_{13}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso I represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{12c} y v_{13} , en término de los niveles de utilidad y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11c \\ -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11n \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

Set::write : Tag Times in

{v12c, v12n, v13} {{1 - b(1 + p31c + p31n), -b(1 + p32), 0}, {-b(1 + p31c + p31n), 1 - b(1 + p32), 0}, {-3b, 0, 1}}
is Protected. >>

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c}, {-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11n},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso I, individuos tipo I, es:

$$MCC1I1 = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (1 + p31c + p31n), -b (1 + p32), 0},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), 0}, {-3b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v12c y v13, se construyen las dos matrices restantes;

$$MCC1V12C = \begin{pmatrix} -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11c & -b * (1 + p32) & 0 \\ -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11n & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (1 + p32), 0},
{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11n, 1 - b (1 + p32), 0},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 0, 1}}

MCC1V13 =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11c \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11n \\ -3b & 0 & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (1 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11n},
{-3b, 0, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

$$MCC1V12N = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11c & 0 \\ -b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * (p21 + p31c + p31n) * u11n & 0 \\ -3b & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (1 + p31c + p31n), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, 0},
{-b (1 + p31c + p31n), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11n, 0},
{-3b, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 1}}

v12c = Det[MCC1V12C] / Det[MCC1I1]

((1 - b (1 + p32)) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c) +
b (1 + p32) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11n)) / (1 - 2b - b p31c - b p31n - b p32)

v12n = Det[MCC1V12N] / Det[MCC1I1]

(b (1 + p31c + p31n) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c) +
(1 - b (1 + p31c + p31n)) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11n)) /
(1 - 2b - b p31c - b p31n - b p32)

$$v_{13} = \text{Det}[MCC1V13] / \text{Det}[MCC1I1]$$

$$\frac{1}{1 - 2b - bp_{31c} - bp_{31n} - bp_{32}} \left((-3b(-1 - b(1 + p_{32}))(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) - b(1 + p_{32})(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n})) + (1 - 2b - bp_{31c} - bp_{31n} - bp_{32})(-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n})) \right)$$

La condición necesaria para que el caso I constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo I es:

$$\{v_{12c} + u_{13c} > v_{13}\}$$

$$\left\{ \left((1 - b(1 + p_{32}))(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) + b(1 + p_{32})(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n}) \right) / (1 - 2b - bp_{31c} - bp_{31n} - bp_{32}) + u_{13c} > \frac{1}{1 - 2b - bp_{31c} - bp_{31n} - bp_{32}} \left((-3b(-1 - b(1 + p_{32}))(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) - b(1 + p_{32})(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n})) + (1 - 2b - bp_{31c} - bp_{31n} - bp_{32})(-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n})) \right) \right\}$$

Individuo tipo II

Las funciones de valor de los individuos tipo II, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} v_{21} &= -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} * (2 + p_{13}) * u_{13n}) \\ v_{23c} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * v_{21} + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \\ v_{23n} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22n} + v_{23c})) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo II siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{21c} + v_{23c}; v_{21}; v_{23n}) = v_{21}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso I represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{23c} y v_{21} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo II y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3b & 0 \\ -b * (p31c + p31n) & 1 - b * (p12c + p12n + p32) & -b * (1 + p32) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v21 \\ v23c \\ v23n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v21}, {v23c}, {v23n}} {{1, -3 b, 0}, {-b (p31c + p31n), 1 - b (p12c + p12n + p32), -b (1 + p32)}, {0, -b (1 + p12c + p12n), 1 - b (1 + p13)}} is Protected. >>

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)}, {-c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c}, {-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso I, individuos tipo II, es:

$$MCC1I2 = \begin{pmatrix} 1 & -3b & 0 \\ -b * (p31c + p31n) & 1 - b * (p12c + p12n + p32) & -b * (1 + p32) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, 0}, {-b (p31c + p31n), 1 - b (p12c + p12n + p32), -b (1 + p32)}, {0, -b (1 + p12c + p12n), 1 - b (1 + p13)}}

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v23c y v21, se construyen las matrices restantes;

$$MCC1V21 = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & -3b \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) & 1 - b * (p12c + p12n + p32) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & -b * (1 + p12c + p12n) \end{pmatrix}$$

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), -3 b, 0}, {-c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c, 1 - b (p12c + p12n + p32), -b (1 + p32)}, {-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), -b (1 + p12c + p12n), 1 - b (1 + p13)}}

$$MCC1V23C = \begin{pmatrix} 1 & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -b * (p31c + p31n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

{{1, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), 0}, {-b (p31c + p31n), -c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c, -b (1 + p32)}, {0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), 1 - b (1 + p13)}}

$$MCC1V23N = \begin{pmatrix} 1 & -3b & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -b * (p31c + p31n) & 1 - b * (p12c + p12n + p32) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)}, {-b (p31c + p31n), 1 - b (p12c + p12n + p32), -c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c}, {0, -b (1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

Mediante la utilización de la Regla de Cramer se puede obtener expresiones para v21, v23c y v23n de . Una vez obtenidas tales expresiones, se podrá tener la condición que indique cuando se llevará a cabo la estrategia fundamental en el caso del individuo tipo II (si los otros individuos también siguen tal estrategia), que será aquella expresión que muestre los valores de los parámetros para los cuales se cumple que $V21 > u21c + V23c$

$$v_{21} = \text{Det}[\text{MCC1V21}] / \text{Det}[\text{MCC1I2}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b(1 + p_{13})) (3b(-c_{23} + b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c}) + \\ & (1 - b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32}))(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + \\ & b(1 + p_{32})(-b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + \\ & 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))) / \\ & (b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-b - bp_{32}) + (1 - b(1 + p_{13})) \\ & (1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32})) \end{aligned}$$

$$v_{23c} = \text{Det}[\text{MCC1V23C}] / \text{Det}[\text{MCC1I2}]$$

$$\begin{aligned} & (-(-b - bp_{32})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})) + \\ & (1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c} + \\ & b(p_{31c} + p_{31n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})))) / \\ & (b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-b - bp_{32}) + (1 - b(1 + p_{13})) \\ & (1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32})) \end{aligned}$$

$$v_{23n} = \text{Det}[\text{MCC1V23N}] / \text{Det}[\text{MCC1I2}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32}) \\ & (-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})) + \\ & b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{23} + b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c} + \\ & b(p_{31c} + p_{31n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})))) / \\ & (b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-b - bp_{32}) + (1 - b(1 + p_{13})) \\ & (1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32})) \end{aligned}$$

A continuación, se procede a evaluar la condición bajo la cual será conveniente para el individuo tipo II llevar a cabo la estrategia fundamental, cuando los demás jugadores también juegan la estrategia fundamental (condición necesaria para que el caso I represente una situación de equilibrio, referida a los individuos tipo II):

$$v_{23c} + u_{21c} < v_{21}$$

$$\begin{aligned} & u_{21c} + (-(-b - bp_{32})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})) + \\ & (1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c} + \\ & b(p_{31c} + p_{31n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})))) / \\ & (b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-b - bp_{32}) + (1 - b(1 + p_{13})) \\ & (1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32})) < \\ & ((1 - b(1 + p_{13})) (3b(-c_{23} + b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c}) + \\ & (1 - b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32}))(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + \\ & b(1 + p_{32})(-b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + \\ & 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))) / \\ & (b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-b - bp_{32}) + (1 - b(1 + p_{13})) \\ & (1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32})) \end{aligned}$$

De esta forma se corrobora que, por lo menos exista un conjunto de valores que cumplan con la condición necesaria para que el individuo tipo II siga una estrategia fundamental.

Individuo tipo III

Las funciones de valor de los individuos tipo III, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned}
v_{31c} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + v_{31c})) + \\
&\quad p_{13} * (u_{33c} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + v_{31c}) + v_{31n} \\
v_{31n} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + v_{31c})) * p_{13} * (u_{33n} + v_{31c}) + \\
&\quad p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + v_{31c}) + v_{31n} \\
v_{32} &= -c_{32} + b * (3 * v_{31c} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{21}) * u_{32n})
\end{aligned}$$

Para que el individuo tipo III siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{32c} + v_{31c}; v_{32}; v_{31n}) = v_{32}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{31c} , v_{31n} y v_{32} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo III y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p_{23c} + p_{23n}) & -b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -b * (1 + p_{23c} + p_{23n}) & 1 - b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_{31c} \\ v_{31n} \\ v_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{32c}) \\ -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{32n}) \\ -c_{32} + b * ((2 + p_{21}) * u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n}) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{v31c}, {v31n}, {v32} {{1 - b(1 + p23c + p23n), -b(1 + p21), 0}, {-b(1 + p23c + p23n), 1 - b(1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}}
is Protected. >>

{{-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

Una vez planteado el sistema de ecuaciones, se puede obtener una expresión para v_{31c} , v_{31n} y v_{32} , para después poder comparar $v_{31c} + u_{32c}$ con v_{32} y determinar las condiciones bajo las cuales se cumple el equilibrio fundamental para el individuo tipo III.

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso I, individuos tipo III, es:

$$MCC1I3 = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p_{23c} + p_{23n}) & -b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -b * (1 + p_{23c} + p_{23n}) & 1 - b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b(1 + p23c + p23n), -b(1 + p21), 0},
{-b(1 + p23c + p23n), 1 - b(1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v_{31c} y v_{32} , se construyen las matrices restantes;

MCC1V31C =

$$\begin{pmatrix} -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{32c}) & -b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{32n}) & 1 - b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -c_{32} + b * ((2 + p_{21}) * u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n}) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), -b(1 + p21), 0},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 1 - b(1 + p21), 0},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1}}

MCC1V31N =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) & 0 \\ -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 0 \\ -3 * b & -c32 + b * ((2 + p21) * u32n + (p23c + p23n) * u33n) & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), 0\}, \\ \{-b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0\}, \\ \{-3 b, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1\} \}$$

$$\text{MCC1V32} = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((2 + p21) * u32n + (p23c + p23n) * u33n) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (1 + p23c + p23n), -b (1 + p21), \\ -c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)\}, \{-b (1 + p23c + p23n), \\ 1 - b (1 + p21), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)\}, \\ \{-3 b, 0, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)\} \}$$

v31c = Det[MCC1V31C] / Det[MCC1I3]

$$\frac{((1 - b (1 + p21)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) + b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)))}{(1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n)}$$

v31n = Det[MCC1V31N] / Det[MCC1I3]

$$\frac{(b (1 + p23c + p23n) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) + (1 - b (1 + p23c + p23n)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)))}{(1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n)}$$

v32 = Det[MCC1V32] / Det[MCC1I3]

$$\frac{1}{1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n} \\ \frac{((1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) - 3 b (- (1 - b (1 + p21)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) - b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))))}{1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n}$$

De esta forma, la condición que determina que el equilibrio fundamental se cumpla en el caso de los individuos tipo III es:

$$\mathbf{v31c + u32c > v32}$$

$$u32c + ((1 - b (1 + p21)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) + b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))) / \\ (1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n) > \frac{1}{1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n} \\ ((1 - 2 b - b p21 - b p23c - b p23n) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) - 3 b (- (1 - b (1 + p21)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) - b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))))$$

Probabilidades

El valor que toman las probabilidades en el caso I, dadas las estrategias seguidas por cada uno de

los tipos de individuos, responden a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 p_{12c} &= p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13} \\
 p_{12n} &= p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{32}) \\
 p_{13} &= 0 \\
 p_{21} &= p_{23c} * (1/3) * (p_{31c} + p_{31n}) \\
 p_{23c} &= p_{23c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) + p_{23n} * (p_{12c} + p_{12n} + 1) + p_{21} \\
 p_{23n} &= p_{23c} * (1/3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1/3) * (1 + p_{13}) \\
 p_{31c} &= p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32} \\
 p_{31n} &= p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{21}) \\
 p_{32} &= 0
 \end{aligned}$$

Si se trabaja con las expresiones anteriores en *Mathematica*:

$$\begin{aligned}
 p_{13} &= 0 \\
 p_{12c} + p_{12n} + p_{13} &= 1 \\
 p_{12c} / p_{12n} &== (1 + p_{31c} + p_{31n}) / (1 + p_{32}) /. {{p_{32} \to 0, p_{31c} + p_{31n} \to 1}}
 \end{aligned}$$

$$\text{Solve}\left[\left\{\frac{p_{12c}}{p_{12n}} = 2, p_{12c} + p_{12n} = 1\right\}, \{p_{12c}, p_{12n}\}\right]$$

$$\left\{\left\{p_{12c} \to \frac{2}{3}, p_{12n} \to \frac{1}{3}\right\}\right\}$$

$$\begin{aligned}
 p_{21} &= p_{23c} / 3 \\
 p_{23c} / p_{23n} &= 2 \\
 p_{23c} + p_{23n} + p_{21} &= 1
 \end{aligned}$$

$$\text{Reduce}[p_{23c} + p_{23n} + p_{21} == 1, \{p_{23c}\}]$$

$$p_{23c} == \frac{6}{11}$$

$$p_{23n} /. {{p_{23c} \to 6 / 11}}$$

$$\{p_{23n}\}$$

$$p_{21} /. {{p_{23c} \to 6 / 11}}$$

$$\left\{\frac{2}{11}\right\}$$

$$p_{31c} / p_{31n} == (1 + p_{23c} + p_{23n}) / (1 + p_{21}) /. {{p_{23c} \to 6 / 11}}$$

$$p_{31c} + p_{31n} = 1$$

$$\text{Reduce}[\{p_{31c} + p_{31n} == 1, p_{31c} / p_{31n} == 20 / 13\}, \{p_{31c}\}]$$

$$p_{31n} == \frac{13}{33} \ \&\& \ p_{31c} == \frac{20}{33}$$

De este modo pueden evaluarse nuevamente las condiciones necesarias para que el caso I represente una situación de equilibrio, luego de haber obtenido un valor para las probabilidades analizadas:

$$\begin{aligned}
 p_{13} &= 0 \\
 p_{12c} &= \frac{2}{3} \\
 p_{12n} &= \frac{1}{3} \\
 p_{21} &= 2 / 11 \\
 p_{23c} &= 6 / 11 \\
 p_{23n} &= 3 / 11 \\
 p_{31c} &= 20 / 33 \\
 p_{31n} &= 13 / 33 \\
 p_{32} &= 0
 \end{aligned}$$

Cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

■ Individuo I

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{(1-b) \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11c}}{11}\right) + b \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11n}}{11}\right)}{1-3b} + u_{13c} > \\
 &\frac{2b \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11c}}{11}\right) + (1-2b) \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11n}}{11}\right)}{1-3b}
 \end{aligned}$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, FullSimplify[%46]]

$$13bu_{11c} + 11u_{13c} > 13bu_{11n}$$

El supuesto puede reescribirse de la siguiente manera:

$$u_{13c} > \frac{13}{11} * b * (u_{11n} - u_{11c})$$

La condición expresa que, la utilidad de consumir hoy un bien de consumo subóptimo para el individuo tipo I, es superior a la diferencia entre la utilidad por consumir el bien de consumo óptimo que hubiese alcanzado si no consumía en el presente período, y la utilidad que alcanzaría en el período siguiente si consumiera el bien de consumo óptimo, habiendo consumido el presente período (esta última, es inferior por el principio de utilidad marginal decreciente). Este diferencial está ponderado por la probabilidad de que el individuo tipo I obtenga el bien de consumo óptimo, y descontado por un factor de descuento, ya que se trata de una situación futura.

■ Individuo II

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$\begin{aligned}
 &u_{21c} + (b(-c_{23} + b(u_{21n} + u_{22n})) + (1-b)(-c_{23} + b u_{22c} + b(-c_{21} + b(2u_{21n} + u_{22n})))) / \\
 &\quad (-2b^2 + (1-b)(1-b-3b^2)) > \\
 &\quad ((1-b-3b^2)(-c_{23} + b(u_{21n} + u_{22n})) + 2b(-c_{23} + b u_{22c} + b(-c_{21} + b(2u_{21n} + u_{22n})))) / \\
 &\quad (-2b^2 + (1-b)(1-b-3b^2))
 \end{aligned}$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, Factor[%57]]

$$\begin{aligned} & (-b c_{21} + b^2 c_{21} - c_{23} + u_{21}c - 2 b u_{21}c - 4 b^2 u_{21}c + 3 b^3 u_{21}c + 3 b^2 u_{21}n - \\ & \quad 2 b^3 u_{21}n + b u_{22}c - b^2 u_{22}c + 2 b^2 u_{22}n - b^3 u_{22}n) / ((-1 + 3 b) (-1 - b + b^2)) > \\ & (-2 b^2 c_{21} - c_{23} - b c_{23} + 3 b^2 c_{23} + b u_{21}n - b^2 u_{21}n + b^3 u_{21}n + 2 b^2 u_{22}c + \\ & \quad b u_{22}n - b^2 u_{22}n - b^3 u_{22}n) / ((-1 + 3 b) (-1 - b + b^2)) \end{aligned}$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, FullSimplify[%59]]

$$u_{21}c + b (-c_{21} + c_{23} + u_{21}c - b u_{21}c + (-1 + b) u_{21}n + u_{22}c - u_{22}n) > 0$$

Collect[%60, b]

$$u_{21}c + b^2 (-u_{21}c + u_{21}n) + b (-c_{21} + c_{23} + u_{21}c - u_{21}n + u_{22}c - u_{22}n) > 0$$

La condición puede reescribirse de la siguiente manera:

$$u_{21}c + b * ((c_{23} - c_{21}) + (u_{21}c - u_{21}n) + (u_{22}c - u_{22}n)) + b^2 * (u_{21}n - u_{21}c) > 0$$

El consumir hoy un bien de consumo subóptimo, debe representar para el individuo tipo II mayor utilidad que los menores niveles de utilidad que obtiene si realiza consumos en el futuro (menores niveles de utilidad por principio de utilidad marginal decreciente).

■ Individuo III

$$u_{32}c + v_{31}c > v_{31}n$$

$$\begin{aligned} & u_{32}c + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32}c + \frac{9 u_{33}c}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32}n + \frac{9 u_{33}n}{11} \right) \right) \right) > \\ & \frac{1}{1-3b} \left(\frac{20}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32}c + \frac{9 u_{33}c}{11} \right) \right) + \left(1 - \frac{20b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32}n + \frac{9 u_{33}n}{11} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, FullSimplify[%68]]

$$11 (1 + b) u_{32}c + b (-11 u_{32}n + 9 u_{33}c - 9 u_{33}n) > 0$$

Collect[%69, b]

$$11 u_{32}c + b (11 u_{32}c - 11 u_{32}n + 9 u_{33}c - 9 u_{33}n) > 0$$

La condición puede reescribirse de la siguiente manera:

$$u_{32}c > b * \left((u_{32}n - u_{32}c) + \frac{9}{11} * (u_{33}n - u_{33}c) \right)$$

Nuevamente, el nivel de utilidad alcanzado por el individuo tipo III al consumir un bien no preferido, deberá más que compensar la pérdida en los niveles de utilidad que obtendría el individuo el período siguiente al consumir cualquiera de los bienes, que se ven disminuidos por ser válido el principio de utilidad marginal decreciente.

Condiciones necesarias para que el caso I represente una situación de equilibrio.

$$\{v_{12}c + u_{13}c > v_{13}\}$$

$$\left\{ \frac{(1-b) \left(-c_{12} + \frac{13b u_{11}c}{11}\right) + b \left(-c_{12} + \frac{13b u_{11}n}{11}\right)}{1-3b} + u_{13}c > \right. \\ \left. \frac{1}{1-3b} \left(-3b \left(-(1-b) \left(-c_{12} + \frac{13b u_{11}c}{11}\right) - b \left(-c_{12} + \frac{13b u_{11}n}{11}\right) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. (1-3b) (-c_{13} + b (u_{11}n + 2 u_{13}n)) \right) \right\}$$

Factor[%43]

$$\left\{ \frac{1}{11(-1+3b)} (11 c_{12} - 13 b u_{11}c + 13 b^2 u_{11}c - 13 b^2 u_{11}n - 11 u_{13}c + 33 b u_{13}c) > \right. \\ \left. \frac{1}{11(-1+3b)} (33 b c_{12} + 11 c_{13} - 33 b c_{13} - 39 b^2 u_{11}c + 39 b^3 u_{11}c - \right. \\ \left. 11 b u_{11}n + 33 b^2 u_{11}n - 39 b^3 u_{11}n - 22 b u_{13}n + 66 b^2 u_{13}n) \right\}$$

FullSimplify[%46]

$$\{11 c_{13} + 11 u_{13}c + b (13 (u_{11}c - b u_{11}c + b u_{11}n) - 11 (u_{11}n + 2 u_{13}n)) > 11 c_{12}\}$$

Se puede reescribir la condición 1, del caso I, de la siguiente manera:

$$c_{13} - c_{12} > -u_{13}c + b * \left(\left(u_{11}n - \frac{13}{11} u_{11}c \right) + 2 * u_{13}n + \frac{13}{11} * b * (u_{11}c - u_{11}n) \right)$$

$$v_{23}c + u_{21}c < v_{21}$$

$$u_{21}c + (b (-c_{23} + b (u_{21}n + u_{22}n)) + (1-b) (-c_{23} + b u_{22}c + b (-c_{21} + b (2 u_{21}n + u_{22}n)))) / \\ (-2 b^2 + (1-b) (1-b-3 b^2)) < \\ ((1-b) (3 b (-c_{23} + b u_{22}c) + (1-b) (-c_{21} + b (2 u_{21}n + u_{22}n))) + \\ b (3 b (-c_{23} + b (u_{21}n + u_{22}n)) - 2 b (-c_{21} + b (2 u_{21}n + u_{22}n)))) / \\ (-2 b^2 + (1-b) (1-b-3 b^2))$$

Factor[%44]

$$(-b c_{21} + b^2 c_{21} - c_{23} + u_{21}c - 2 b u_{21}c - 4 b^2 u_{21}c + 3 b^3 u_{21}c + 3 b^2 u_{21}n - \\ 2 b^3 u_{21}n + b u_{22}c - b^2 u_{22}c + 2 b^2 u_{22}n - b^3 u_{22}n) / ((-1+3b) (-1-b+b^2)) < \\ -(c_{21} - 2 b c_{21} - b^2 c_{21} + 3 b c_{23} - 2 b u_{21}n + 4 b^2 u_{21}n - b^3 u_{21}n - 3 b^2 u_{22}c + \\ 3 b^3 u_{22}c - b u_{22}n + 2 b^2 u_{22}n - 2 b^3 u_{22}n) / ((-1+3b) (-1-b+b^2))$$

FullSimplify[%48]

$$(-1 + (-1+b) b) (c_{21} - c_{23} + (1+b-b^2) u_{21}c + b ((-2+b) u_{21}n - (-1+b) (u_{22}c - u_{22}n))) > 0$$

Se puede expresar la condición 2 del caso I de la siguiente manera:

$$c23 - c21 > u21c + b * ((u21c - 2 u21n) + (u22c - u22n) + b * ((u21n - u21c) + (u22n - u22c)))$$

(Se ordenaron los términos de la expresión de manera de poder facilitar su interpretación)

Dado el supuesto $u_{ij} + V_{ii} * c > V_{ii} * n$, para el caso del individuo tipo II, se puede reescribir la condición necesaria, de la siguiente manera:

$$c23 - c21 > u21c + b * ((c23 - c21) + (u21c - u21n) + (u22c - u22n) + b * (u21n - u21c)) + b * (-u21n - (c23 - c21) + b * (u22n - u22c))$$

Dado el supuesto antes mencionado, se sabe que la expresión $u21c + b * ((c23 - c21) + (u21c - u21n) + (u22c - u22n) + b * (u21n - u21c))$ perteneciente al lado derecho de la desigualdad, es positiva. De este modo, para poder corroborar que se cumpla la condición, será determinante la expresión $b * (-u21n - (c23 - c21) + b * (u22n - u22c))$, resaltada arriba.

$$v31c + u32c > v32$$

$$u32c + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c31 + b \left(u32c + \frac{9u33c}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c31 + b \left(u32n + \frac{9u33n}{11} \right) \right) \right) > \\ \frac{1}{1-3b} \left(-3b \left(- \left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c31 + b \left(u32c + \frac{9u33c}{11} \right) \right) - \frac{13}{11} b \left(-c31 + b \left(u32n + \frac{9u33n}{11} \right) \right) \right) + \\ (1-3b) \left(-c32 + b \left(\frac{24u32n}{11} + \frac{9u33n}{11} \right) \right)$$

Factor[%45]

$$\frac{1}{121(-1+3b)} \left(121c31 - 121u32c + 242bu32c + 143b^2u32c - 143b^2u32n - 99bu33c + 117b^2u33c - 117b^2u33n \right) > \frac{1}{121(-1+3b)} \\ \left(363bc31 + 121c32 - 363bc32 - 363b^2u32c + 429b^3u32c - 264bu32n + 792b^2u32n - 429b^3u32n - 297b^2u33c + 351b^3u33c - 99bu33n + 297b^2u33n - 351b^3u33n \right)$$

FullSimplify[%50]

$$121c32 + 11(11 + (11 - 13b)b)u32c + b(11(-24 + 13b)u32n - 9(-11 + 13b)(u33c - u33n)) > 121c31$$

Collect[%51, b]

$$121c32 + 121u32c + b^2(-143u32c + 143u32n - 117(u33c - u33n)) + b(121u32c - 264u32n + 99(u33c - u33n)) > 121c31$$

Se puede expresar la condición 3 del caso I de la siguiente manera:

$$c32 - c31 > -u32c + b * \left(\frac{24}{11} * u32n - u32c + \frac{9}{11} * (u33n - u33c) + b * \left(\frac{13}{11} * (u32c - u32n) + \frac{117}{121} * (u33c - u33n) \right) \right)$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio :

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

$$v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

$$v_{32} < u_{32c} + v_{31c}$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii^*c} > v_{ii^*n}$, también debe cumplirse : $u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso I represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$v_{21} > v_{23n}$$

$$v_{32} < u_{32c} + v_{31c}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

```

caso1 = {v13 < u13c + v12c && u13c + v12c > v12n && v21 > v23n && v32 < u32c + v31c &&
u32c + v31c > v31n && c13 > c12 > 0 && c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 && c23 > c12 > 0 &&
c13 > c21 > 0 && c32 > c21 > 0 && c23 > c32 > 0 && c13 > c32 > 0 && c12 > c21 > 0 &&
c12 > c31 > 0 && c32 > c21 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 &&
u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}

```

$$\left\{ \frac{1}{1-3b} \left(-3b \left(-(1-b) \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11c}}{11} \right) - b \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11n}}{11} \right) \right) + \right. \right. \\
 \left. \left. (1-3b) (-c_{13} + b(u_{11n} + 2u_{13n})) \right) < \right. \\
 \left. \frac{(1-b) \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11c}}{11} \right) + b \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11n}}{11} \right)}{1-3b} + u_{13c} \ \&\& \right. \\
 \left. \frac{(1-b) \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11c}}{11} \right) + b \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11n}}{11} \right)}{1-3b} + u_{13c} > \right. \\
 \left. \frac{2b \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11c}}{11} \right) + (1-2b) \left(-c_{12} + \frac{13bu_{11n}}{11} \right)}{1-3b} \ \&\& \right. \\
 \left. \left((1-b) (3b(-c_{23} + bu_{22c}) + (1-b)(-c_{21} + b(2u_{21n} + u_{22n}))) + \right. \right. \\
 \left. \left. b(3b(-c_{23} + b(u_{21n} + u_{22n})) - 2b(-c_{21} + b(2u_{21n} + u_{22n}))) \right) / \right. \\
 \left. (-2b^2 + (1-b)(1-b-3b^2)) > \left((1-b-3b^2)(-c_{23} + b(u_{21n} + u_{22n})) + \right. \right. \\
 \left. \left. 2b(-c_{23} + bu_{22c} + b(-c_{21} + b(2u_{21n} + u_{22n}))) \right) / (-2b^2 + (1-b)(1-b-3b^2)) \ \&\& \right. \\
 \left. \frac{1}{1-3b} \left(-3b \left(- \left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32c} + \frac{9u_{33c}}{11} \right) \right) - \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right) \right) + \right. \\
 \left. (1-3b) \left(-c_{32} + b \left(\frac{24u_{32n}}{11} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right) < \right. \\
 \left. u_{32c} + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32c} + \frac{9u_{33c}}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right) \right) \ \&\& \right. \\
 \left. u_{32c} + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32c} + \frac{9u_{33c}}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right) \right) > \right. \\
 \left. \frac{1}{1-3b} \left(\frac{20}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32c} + \frac{9u_{33c}}{11} \right) \right) + \left(1 - \frac{20b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right) \right) \ \&\& \right. \\
 \left. c_{13} > c_{12} > 0 \ \&\& \ c_{23} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{32} > c_{31} > 0 \ \&\& \ c_{23} > c_{12} > 0 \ \&\& \right. \\
 \left. c_{13} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{32} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{23} > c_{32} > 0 \ \&\& \right. \\
 \left. c_{13} > c_{32} > 0 \ \&\& \ c_{12} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{12} > c_{31} > 0 \ \&\& \right. \\
 \left. c_{32} > c_{21} > 0 \ \&\& \ \frac{1}{3} > b > 0 \ \&\& \ u_{33n} > u_{33c} > u_{32n} > u_{32c} > 0 \ \&\& \right. \\
 \left. u_{22n} > u_{22c} > u_{21n} > u_{21c} > 0 \ \&\& \ u_{11n} > u_{11c} > u_{13n} > u_{13c} > 0 \right\}$$

Si se analizan los valores que pueden tomar las variables, asumiendo que la tasa de interés correspondiente al período “t” y “t+1”, que se utiliza para descontar los flujos de fondos toma un valor de **i = 50%**, de modo que $b = 2/9$ (dado que $b = \beta/3$), se tiene:

```
ReplaceAll[caso1, {b -> 2 / 9}]
```

```
FindInstance[%73, {c12, c13, c21, c23, c31, c32, u11c,
```

```
u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

$$\left\{ \left\{ c_{12} \rightarrow 1, c_{13} \rightarrow 2, c_{21} \rightarrow \frac{1}{2}, c_{23} \rightarrow \frac{5}{2}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{2}, c_{32} \rightarrow \frac{3}{2}, u_{11c} \rightarrow \frac{16943}{3960}, \right. \right. \\
 \left. \left. u_{11n} \rightarrow \frac{20903}{3960}, u_{13c} \rightarrow \frac{125}{99}, u_{13n} \rightarrow \frac{12983}{3960}, u_{21c} \rightarrow 1, u_{21n} \rightarrow 2, u_{22c} \rightarrow 3, \right. \right. \\
 \left. \left. u_{22n} \rightarrow \frac{147}{4}, u_{32c} \rightarrow \frac{25580}{11583}, u_{32n} \rightarrow \frac{135013}{23166}, u_{33c} \rightarrow \frac{158179}{23166}, u_{33n} \rightarrow \frac{181345}{23166} \right\} \right\}$$

N[%74]

```
{c12 → 1., c13 → 2., c21 → 0.5, c23 → 2.5, c31 → 0.5, c32 → 1.5, u11c → 4.27854,
u11n → 5.27854, u13c → 1.26263, u13n → 3.27854, u21c → 1., u21n → 2., u22c → 3.,
u22n → 36.75, u32c → 2.20841, u32n → 5.82807, u33c → 6.82807, u33n → 7.82807}
```

Si la tasa de interés para el período comprendido entre “t” y “t + 1” fuese de un 10% ($i = 10\%$), β tomaría un valor de 10/11, y $b = 10/33$.

ReplaceAll[caso1, {b → 10 / 33}]

$$\left\{ 11 \left(-\frac{10}{11} \left(-\frac{23}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11c}}{363} \right) - \frac{10}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11n}}{363} \right) \right) + \frac{1}{11} \left(-c_{13} + \frac{10}{33} (u_{11n} + 2 u_{13n}) \right) \right) <$$

$$11 \left(\frac{23}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11c}}{363} \right) + \frac{10}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11n}}{363} \right) \right) + u_{13c} \&\&$$

$$11 \left(\frac{23}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11c}}{363} \right) + \frac{10}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11n}}{363} \right) \right) + u_{13c} >$$

$$11 \left(\frac{20}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11c}}{363} \right) + \frac{13}{33} \left(-c_{12} + \frac{130 u_{11n}}{363} \right) \right) \&\&$$

$$\frac{1}{1319} 11 979 \left(\frac{10}{33} \left(\frac{10}{11} \left(-c_{23} + \frac{10 (u_{21n} + u_{22n})}{33} \right) - \frac{20}{33} \left(-c_{21} + \frac{10}{33} (2 u_{21n} + u_{22n}) \right) \right) \right) +$$

$$\frac{23}{33} \left(\frac{10}{11} \left(-c_{23} + \frac{10 u_{22c}}{33} \right) + \frac{23}{33} \left(-c_{21} + \frac{10}{33} (2 u_{21n} + u_{22n}) \right) \right) \right) >$$

$$\frac{1}{1319} 11 979 \left(\frac{51}{121} \left(-c_{23} + \frac{10 (u_{21n} + u_{22n})}{33} \right) + \frac{20}{33} \left(-c_{23} + \frac{10 u_{22c}}{33} + \frac{10}{33} \left(-c_{21} + \frac{10}{33} (2 u_{21n} + u_{22n}) \right) \right) \right) \&\&$$

$$11 \left(-\frac{10}{11} \left(-\frac{233}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32c} + \frac{9 u_{33c}}{11} \right) \right) - \frac{130}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32n} + \frac{9 u_{33n}}{11} \right) \right) \right) \right) +$$

$$\frac{1}{11} \left(-c_{32} + \frac{10}{33} \left(\frac{24 u_{32n}}{11} + \frac{9 u_{33n}}{11} \right) \right) <$$

$$u_{32c} + 11 \left(\frac{233}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32c} + \frac{9 u_{33c}}{11} \right) \right) + \frac{130}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32n} + \frac{9 u_{33n}}{11} \right) \right) \right) \&\&$$

$$u_{32c} + 11 \left(\frac{233}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32c} + \frac{9 u_{33c}}{11} \right) \right) + \frac{130}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32n} + \frac{9 u_{33n}}{11} \right) \right) \right) >$$

$$11 \left(\frac{200}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32c} + \frac{9 u_{33c}}{11} \right) \right) + \frac{163}{363} \left(-c_{31} + \frac{10}{33} \left(u_{32n} + \frac{9 u_{33n}}{11} \right) \right) \right) \&\&$$

$c_{13} > c_{12} > 0 \&\& c_{23} > c_{21} > 0 \&\& c_{32} > c_{31} > 0 \&\& c_{23} > c_{12} > 0 \&\&$
 $c_{13} > c_{21} > 0 \&\& c_{32} > c_{21} > 0 \&\& c_{23} > c_{32} > 0 \&\&$
 $c_{13} > c_{32} > 0 \&\& c_{12} > c_{21} > 0 \&\& c_{12} > c_{31} > 0 \&\&$
 $c_{32} > c_{21} > 0 \&\& u_{33n} > u_{33c} > u_{32n} > u_{32c} > 0 \&\&$
 $u_{22n} > u_{22c} > u_{21n} > u_{21c} > 0 \&\& u_{11n} > u_{11c} > u_{13n} > u_{13c} > 0 \}$

```
FindInstance[%76, {c12, c13, c21, c23, c31, c32, u11c,
  u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

$$\left\{ \left\{ c_{12} \rightarrow 1, c_{13} \rightarrow 2, c_{21} \rightarrow \frac{1}{2}, c_{23} \rightarrow \frac{5}{2}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{2}, c_{32} \rightarrow \frac{3}{2}, u_{11c} \rightarrow \frac{268079}{72600}, \right. \right.$$

$$u_{11n} \rightarrow \frac{340679}{72600}, u_{13c} \rightarrow \frac{493}{363}, u_{13n} \rightarrow \frac{195479}{72600}, u_{21c} \rightarrow 1, u_{21n} \rightarrow 2, u_{22c} \rightarrow 3,$$

$$\left. \left. u_{22n} \rightarrow \frac{2379}{100}, u_{32c} \rightarrow \frac{2996}{1287}, u_{32n} \rightarrow \frac{62957}{12870}, u_{33c} \rightarrow \frac{75827}{12870}, u_{33n} \rightarrow \frac{88697}{12870} \right\} \right\}$$

```
N[%77]
```

```
{ {c12 -> 1., c13 -> 2., c21 -> 0.5, c23 -> 2.5, c31 -> 0.5, c32 -> 1.5, u11c -> 3.69255,
  u11n -> 4.69255, u13c -> 1.35813, u13n -> 2.69255, u21c -> 1., u21n -> 2., u22c -> 3.,
  u22n -> 23.79, u32c -> 2.32789, u32n -> 4.89176, u33c -> 5.89176, u33n -> 6.89176} }
```

Si en vez de aumentar la tasa de interés disminuye, de forma tal de situarse en un valor de 2% por período, $i = 2\%$, $b = 50/153$, se tiene:

ReplaceAll[caso1, {b → 50 / 153}]

$$\begin{aligned}
 & \left\{ 51 \left(-\frac{50}{51} \left(-\frac{103}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} c}{1683} \right) - \frac{50}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} n}{1683} \right) \right) + \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{51} \left(-c_{13} + \frac{50}{153} (u_{11} n + 2 u_{13} n) \right) \right) < \\
 & \quad 51 \left(\frac{103}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} c}{1683} \right) + \frac{50}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} n}{1683} \right) \right) + u_{13} c \ \&\& \\
 & \quad 51 \left(\frac{103}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} c}{1683} \right) + \frac{50}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} n}{1683} \right) \right) + u_{13} c > \\
 & \quad 51 \left(\frac{100}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} c}{1683} \right) + \frac{53}{153} \left(-c_{12} + \frac{650 u_{11} n}{1683} \right) \right) \ \&\& \frac{1}{28559} \\
 & \quad 1193859 \left(\frac{50}{153} \left(\frac{50}{51} \left(-c_{23} + \frac{50 (u_{21} n + u_{22} n)}{153} \right) - \frac{100}{153} \left(-c_{21} + \frac{50}{153} (2 u_{21} n + u_{22} n) \right) \right) \right) + \\
 & \quad \left. \frac{103}{153} \left(\frac{50}{51} \left(-c_{23} + \frac{50 u_{22} c}{153} \right) + \frac{103}{153} \left(-c_{21} + \frac{50}{153} (2 u_{21} n + u_{22} n) \right) \right) \right) > \\
 & \quad \frac{1}{28559} 1193859 \left(\frac{2753 \left(-c_{23} + \frac{50 (u_{21} n + u_{22} n)}{153} \right)}{7803} + \right. \\
 & \quad \left. \frac{100}{153} \left(-c_{23} + \frac{50 u_{22} c}{153} + \frac{50}{153} \left(-c_{21} + \frac{50}{153} (2 u_{21} n + u_{22} n) \right) \right) \right) \ \&\& \\
 & \quad 51 \left(-\frac{50}{51} \left(-\frac{1033 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} c + \frac{9 u_{33} c}{11}) \right)}{1683} - \frac{650 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} n + \frac{9 u_{33} n}{11}) \right)}{1683} \right) \right) + \\
 & \quad \left. \frac{1}{51} \left(-c_{32} + \frac{50}{153} \left(\frac{24 u_{32} n}{11} + \frac{9 u_{33} n}{11} \right) \right) \right) < \\
 & \quad u_{32} c + 51 \left(\frac{1033 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} c + \frac{9 u_{33} c}{11}) \right)}{1683} + \frac{650 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} n + \frac{9 u_{33} n}{11}) \right)}{1683} \right) \ \&\& \\
 & \quad u_{32} c + 51 \left(\frac{1033 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} c + \frac{9 u_{33} c}{11}) \right)}{1683} + \frac{650 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} n + \frac{9 u_{33} n}{11}) \right)}{1683} \right) > \\
 & \quad 51 \left(\frac{1000 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} c + \frac{9 u_{33} c}{11}) \right)}{1683} + \frac{683 \left(-c_{31} + \frac{50}{153} (u_{32} n + \frac{9 u_{33} n}{11}) \right)}{1683} \right) \ \&\& \\
 & \quad c_{13} > c_{12} > 0 \ \&\& c_{23} > c_{21} > 0 \ \&\& c_{32} > c_{31} > 0 \ \&\& c_{23} > c_{12} > 0 \ \&\& \\
 & \quad c_{13} > c_{21} > 0 \ \&\& c_{32} > c_{21} > 0 \ \&\& c_{23} > c_{32} > 0 \ \&\& \\
 & \quad c_{13} > c_{32} > 0 \ \&\& c_{12} > c_{21} > 0 \ \&\& c_{12} > c_{31} > 0 \ \&\& \\
 & \quad c_{32} > c_{21} > 0 \ \&\& u_{33} n > u_{33} c > u_{32} n > u_{32} c > 0 \ \&\& \\
 & \quad u_{22} n > u_{22} c > u_{21} n > u_{21} c > 0 \ \&\& u_{11} n > u_{11} c > u_{13} n > u_{13} c > 0 \}
 \end{aligned}$$

```
FindInstance[%80, {c12, c13, c21, c23, c31, c32, u11c,
  u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

$$\left\{ \left\{ c_{12} \rightarrow 1, c_{13} \rightarrow 2, c_{21} \rightarrow \frac{1}{2}, c_{23} \rightarrow \frac{5}{2}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{2}, c_{32} \rightarrow \frac{3}{2}, \right. \right.$$

$$u_{11c} \rightarrow \frac{6\,029\,039}{1\,683\,000}, u_{11n} \rightarrow \frac{7\,712\,039}{1\,683\,000}, u_{13c} \rightarrow \frac{2\,333}{1\,683}, u_{13n} \rightarrow \frac{4\,346\,039}{1\,683\,000},$$

$$u_{21c} \rightarrow 1, u_{21n} \rightarrow 2, u_{22c} \rightarrow 3, u_{22n} \rightarrow \frac{53\,859}{2\,500}, u_{32c} \rightarrow \frac{7\,906\,076}{3\,347\,487},$$

$$\left. \left. u_{32n} \rightarrow \frac{788\,450\,917}{167\,374\,350}, u_{33c} \rightarrow \frac{955\,825\,267}{167\,374\,350}, u_{33n} \rightarrow \frac{1\,123\,199\,617}{167\,374\,350} \right\} \right\}$$

```
N[%81]
```

```
{ {c12 -> 1., c13 -> 2., c21 -> 0.5, c23 -> 2.5, c31 -> 0.5, c32 -> 1.5, u11c -> 3.58232,
  u11n -> 4.58232, u13c -> 1.38622, u13n -> 2.58232, u21c -> 1., u21n -> 2., u22c -> 3.,
  u22n -> 21.5436, u32c -> 2.36179, u32n -> 4.7107, u33c -> 5.7107, u33n -> 6.7107} }
```

Si las tasas de interés son aún menores, en valores cercanos al **0.5%** por período por ejemplo (y asumiendo que los costos de almacenamiento no se modifican), se tiene que:

ReplaceAll[**caso1**, {**b** → $\frac{200}{603}$, **c12** → 1, **c13** → 2, **c21** → $\frac{1}{2}$, **c23** → $\frac{5}{2}$, **c31** → $\frac{1}{2}$, **c32** → $\frac{3}{2}$ }]

$$\left\{ 201 \left(-\frac{200}{201} \left(-\frac{403}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}c}{6633} \right) - \frac{200}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}n}{6633} \right) \right) + \frac{1}{201} \left(-2 + \frac{200}{603} (u_{11}n + 2 u_{13}n) \right) \right) <$$

$$201 \left(\frac{403}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}c}{6633} \right) + \frac{200}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}n}{6633} \right) \right) + u_{13}c \ \&\&$$

$$201 \left(\frac{403}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}c}{6633} \right) + \frac{200}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}n}{6633} \right) \right) + u_{13}c >$$

$$201 \left(\frac{400}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}c}{6633} \right) + \frac{203}{603} \left(-1 + \frac{2600 u_{11}n}{6633} \right) \right) \ \&\& \frac{1}{444209}$$

$$73085409 \left(\frac{200}{603} \left(\frac{200}{201} \left(-\frac{5}{2} + \frac{200 (u_{21}n + u_{22}n)}{603} \right) - \frac{400}{603} \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (2 u_{21}n + u_{22}n) \right) \right) + \frac{403}{603} \left(\frac{200}{201} \left(-\frac{5}{2} + \frac{200 u_{22}c}{603} \right) + \frac{403}{603} \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (2 u_{21}n + u_{22}n) \right) \right) \right) >$$

$$\frac{1}{444209} 73085409 \left(\frac{41003 \left(-\frac{5}{2} + \frac{200 (u_{21}n + u_{22}n)}{603} \right)}{121203} + \frac{400}{603} \left(-\frac{5}{2} + \frac{200 u_{22}c}{603} + \frac{200}{603} \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (2 u_{21}n + u_{22}n) \right) \right) \right) \ \&\&$$

$$201 \left(-\frac{200}{201} \left(-\frac{4033 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}c + \frac{9 u_{33}c}{11}) \right)}{6633} - \frac{2600 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}n + \frac{9 u_{33}n}{11}) \right)}{6633} \right) \right) +$$

$$\frac{1}{201} \left(-\frac{3}{2} + \frac{200}{603} \left(\frac{24 u_{32}n}{11} + \frac{9 u_{33}n}{11} \right) \right) <$$

$$u_{32}c + 201 \left(\frac{4033 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}c + \frac{9 u_{33}c}{11}) \right)}{6633} + \frac{2600 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}n + \frac{9 u_{33}n}{11}) \right)}{6633} \right) \ \&\&$$

$$u_{32}c + 201 \left(\frac{4033 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}c + \frac{9 u_{33}c}{11}) \right)}{6633} + \frac{2600 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}n + \frac{9 u_{33}n}{11}) \right)}{6633} \right) >$$

$$201 \left(\frac{4000 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}c + \frac{9 u_{33}c}{11}) \right)}{6633} + \frac{2633 \left(-\frac{1}{2} + \frac{200}{603} (u_{32}n + \frac{9 u_{33}n}{11}) \right)}{6633} \right) \ \&\&$$

$u_{33}n > u_{33}c > u_{32}n > u_{32}c > 0 \ \&\& \ u_{22}n > u_{22}c > u_{21}n > u_{21}c > 0 \ \&\&$
 $u_{11}n > u_{11}c > u_{13}n > u_{13}c > 0 \}$

FindInstance[%83,

{**u11c**, **u11n**, **u13c**, **u13n**, **u21c**, **u21n**, **u22c**, **u22n**, **u32c**, **u32n**, **u33c**, **u33n**}]

$$\left\{ \left\{ u_{11}c \rightarrow \frac{94507889}{26532000}, u_{11}n \rightarrow \frac{121039889}{26532000}, u_{13}c \rightarrow \frac{9233}{6633}, u_{13}n \rightarrow \frac{67975889}{26532000}, \right. \right.$$

$$u_{21}c \rightarrow 1, u_{21}n \rightarrow 2, u_{22}c \rightarrow 3, u_{22}n \rightarrow \frac{724809}{40000}, u_{32}c \rightarrow \frac{123162176}{51996087},$$

$$\left. \left. u_{32}n \rightarrow \frac{48637918867}{10399217400}, u_{33}c \rightarrow \frac{59037136267}{10399217400}, u_{33}n \rightarrow \frac{69436353667}{10399217400} \right\} \right\}$$

N[84]

```
{ {u11c → 3.56203, u11n → 4.56203, u13c → 1.39198,
  u13n → 2.56203, u21c → 1., u21n → 2., u22c → 3., u22n → 18.1202,
  u32c → 2.36868, u32n → 4.67707, u33c → 5.67707, u33n → 6.67707} }
```

Es importante notar que, en todos los casos, los costos de almacenamiento se mantuvieron constantes mientras la tasa de interés tomaba distintos valores, al mismo tiempo que las utilidades.

Existencia de desvíos del equilibrio.

El caso planteado no representará una situación de equilibrio si existen incentivos para que alguno de los tipos de individuos se desvíe de su actuar. Existirán incentivos a desviarse del equilibrio, si el pago esperado de alguno de los tipos de individuos es superior en caso de desviarse, comparado con el pago esperado de mantener su estrategia actual.

Los individuos de cada tipo pueden desviarse de la estrategia seguida por los demás jugadores de su tipo si la función de valor de desviarse es superior a la función de valor de no desviarse. Las funciones de valor del no desvío para cada uno de los distintos tipos de individuos, va a identificarse con la función de valor calculada para cada uno de los tipos, en caso de seguir la estrategia anunciada en el enunciado (son las calculadas al comienzo del desarrollo del caso). Las funciones de valor del desvío, son las funciones de valor que muestran el pago que obtendrían los jugadores al desviarse, siempre que los demás jugadores continúen jugando las estrategias inicialmente planteadas. Esto implica que los jugadores de distinto tipo continúan jugando las estrategias inicialmente planteadas, y la mayoría de los jugadores del mismo tipo hacen lo mismo (de modo que el valor que toman las probabilidades no se modifica).

■ Individuos tipo I

La única diferencia en término de los pagos que recibe un jugador tipo I, de desviarse versus no desviarse, va a estar determinada por la diferencia entre la función v_{12c} de no desviarse y la función v_{12c} derivada del desvío, ya que, por la naturaleza de los supuestos realizados, las funciones de valor v_{12n} y v_{13} no se verán modificadas en caso de que el individuo cambie de estrategia. Es por ello que, para analizar la existencia de desvíos beneficiosos, deben analizarse las diferencias en términos de utilidad, de desviarse o no desviarse de la estrategia, de la función de valor v_{12c} .

v_{12c}

$$\frac{(1 - b) \left(-c_{12} + \frac{13b u_{11c}}{11} \right) + b \left(-c_{12} + \frac{13b u_{11n}}{11} \right)}{1 - 3b}$$

$v_{12c\text{desvío}}$ =

$$\frac{(-11 c_{12} + b (9 (-1 + b) c_{13} + 13 u_{11c} + b (-13 u_{11c} + (22 - 9b) u_{11n} + 9 (3 - 2b) u_{13n})))}{((-1 + 3b) (-11 + 9 (-1 + b) b))}$$

$$\frac{(-11 c_{12} + b (9 (-1 + b) c_{13} + 13 u_{11c} + b (-13 u_{11c} + (22 - 9b) u_{11n} + 9 (3 - 2b) u_{13n})))}{((-1 + 3b) (-11 + 9 (-1 + b) b))}$$

Un individuo tipo I decidirá desviar su estrategia si :

v12cdesvío > v12c

$$\frac{(-11 c_{12} + b (9 (-1 + b) c_{13} + 13 u_{11}c + b (-13 u_{11}c + (22 - 9 b) u_{11}n + 9 (3 - 2 b) u_{13}n)))}{((-1 + 3 b) (-11 + 9 (-1 + b) b))} > \frac{(1 - b) \left(-c_{12} + \frac{13 b u_{11}c}{11}\right) + b \left(-c_{12} + \frac{13 b u_{11}n}{11}\right)}{1 - 3 b}$$

Refine[%60, {1 / 3 > b > 0 && c13 > c12 > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}]

$$\frac{(-11 c_{12} + b (9 (-1 + b) c_{13} + 13 u_{11}c + b (-13 u_{11}c + (22 - 9 b) u_{11}n + 9 (3 - 2 b) u_{13}n)))}{((-1 + 3 b) (-11 + 9 (-1 + b) b))} > \frac{(1 - b) \left(-c_{12} + \frac{13 b u_{11}c}{11}\right) + b \left(-c_{12} + \frac{13 b u_{11}n}{11}\right)}{1 - 3 b}$$

FullSimplify[%62]

$$b (-1 + 3 b) (-11 + 9 (-1 + b) b) \left((-1 + b) (11 c_{12} - 11 c_{13} + b (13 (-1 + b) u_{11}c + 11 u_{11}n - 13 b u_{11}n)) + 11 b (-3 + 2 b) u_{13}n \right) < 0$$

Factor[%63]

$$b (-1 + 3 b) \left(-11 - 9 b + 9 b^2 \right) \left(-11 c_{12} + 11 b c_{12} + 11 c_{13} - 11 b c_{13} + 13 b u_{11}c - 26 b^2 u_{11}c + 13 b^3 u_{11}c - 11 b u_{11}n + 24 b^2 u_{11}n - 13 b^3 u_{11}n - 33 b u_{13}n + 22 b^2 u_{13}n \right) < 0$$

Dado que el tanto el factor $b(-1+3b)$ como el factor $(-11 - 9b + 9b^2)$ toman valores negativos para los valores posibles de "b", puede simplificarse aún más la expresión anterior:

$$\left(-11 c_{12} + 11 b c_{12} + 11 c_{13} - 11 b c_{13} + 13 b u_{11}c - 26 b^2 u_{11}c + 13 b^3 u_{11}c - 11 b u_{11}n + 24 b^2 u_{11}n - 13 b^3 u_{11}n - 33 b u_{13}n + 22 b^2 u_{13}n \right) < 0$$

$$-11 c_{12} + 11 b c_{12} + 11 c_{13} - 11 b c_{13} + 13 b u_{11}c - 26 b^2 u_{11}c + 13 b^3 u_{11}c - 11 b u_{11}n + 24 b^2 u_{11}n - 13 b^3 u_{11}n - 33 b u_{13}n + 22 b^2 u_{13}n < 0$$

A continuación, se muestran valores que pueden tomar los parámetros, para los cuales se cumpla la condición de desvío, lo que implicaría que para algún individuo, es beneficioso desviarse de la estrategia seguida por la mayoría.

SemialgebraicComponentInstances[

$$\{v12cdesvío > v12c \&\& u11n > u11c > u13n > u13c \&\& c13 > c12 > 0 \&\& 1 / 3 > b > 0\}, \\ \{b, c_{13}, c_{12}, u_{11}n, u_{11}c, u_{13}n, u_{13}c\}$$

$$\left\{ \left\{ b \rightarrow \frac{1}{4}, c_{13} \rightarrow 1, c_{12} \rightarrow \frac{1}{2}, u_{11}n \rightarrow 1, u_{11}c \rightarrow \frac{3}{4}, u_{13}n \rightarrow \frac{5}{8}, u_{13}c \rightarrow 0 \right\} \right\}$$

■ Individuos tipo II

De manera similar a lo que sucede en el caso de los individuos tipo I, la única diferencia en término de los pagos que recibe un jugador tipo II, de desviarse versus no desviarse, va a estar determinada por la diferencia entre la función v_{23c} de no desviarse y la función v_{23c} derivada del desvío, ya que, por la naturaleza de los supuestos realizados, las funciones de valor v_{23n} y v_{21} no se verán modificadas en caso de que el individuo cambie de estrategia. Es por ello que, para analizar la existencia de desvíos beneficiosos, deben analizarse las diferencias en términos de utilidad, de desviarse o no desviarse de la estrategia, de la función de valor v_{23c} .

v23c

$$\frac{(b(-c23 + b(u21n + u22n)) + (1 - b)(-c23 + b u22c + b(-c21 + b(2u21n + u22n))))}{(-2b^2 + (1 - b)(1 - b - 3b^2))}$$

$$\mathbf{v23cdesvío} = \frac{((1 - b(1 + p13))(-c23 + b((p31c + p31n)u21c + (p12c + p12n + p32)u22c)) + b(1 + p13)(-c23 + b((p31c + p31n)u21n + (p12c + p12n + p32)u22n)))}{(1 - 2b - b p12c - b p12n - b p13)}$$

$$\frac{1}{1 - 3b} ((1 - b)(-c23 + b(u21c + u22c)) + b(-c23 + b(u21n + u22n)))$$

Existen incentivos a que alguno de los individuos tipo II se desvíe de la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás jugadores, si se da que $v23cdesvío > v23c$.

v23cdesvío > v23c

$$\frac{1}{1 - 3b} ((1 - b)(-c23 + b(u21c + u22c)) + b(-c23 + b(u21n + u22n))) > \frac{(b(-c23 + b(u21n + u22n)) + (1 - b)(-c23 + b u22c + b(-c21 + b(2u21n + u22n))))}{(-2b^2 + (1 - b)(1 - b - 3b^2))}$$

Factor[%96]

$$\frac{c23 - b u21c + b^2 u21c - b^2 u21n - b u22c + b^2 u22c - b^2 u22n}{-1 + 3b} > - \frac{(b c21 - b^2 c21 + c23 - 3 b^2 u21n + 2 b^3 u21n - b u22c + b^2 u22c - 2 b^2 u22n + b^3 u22n)}{((-1 + 3b)(-1 - b + b^2))}$$

FullSimplify[%97]

$$\mathbf{(-1 + b) b (-1 + 3b) (-1 + (-1 + b) b) (-c21 + c23 + (-1 + (-1 + b) b) u21c + b (-(-2 + b) u21n + (-1 + b) (u22c - u22n))) > 0}$$

La condición arriba señalada muestra la relación que debe darse entre los parámetros para que algún individuo tipo II juegue una estrategia distinta a la seguida por la mayoría de los jugadores de su tipo. A continuación, se muestran distintos valores que pueden tomar los parámetros, que permitan cumplir tales condiciones.

SemialgebraicComponentInstances [**{%98 && c23 > c21 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u22n > u22c > u21n > u21c > 0},****{c23, c21, b, u22n, u22c, u21n, u21c}]**

$$\left\{ \left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{512}, c21 \rightarrow \frac{1}{1024}, b \rightarrow \frac{1}{16}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{1}{8}, u21n \rightarrow \frac{1}{16}, u21c \rightarrow \frac{15}{256} \right\}, \right.$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{256}, c21 \rightarrow \frac{1}{512}, b \rightarrow \frac{1}{8}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{1}{32}, u21c \rightarrow \frac{3}{128} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{256}, c21 \rightarrow \frac{1}{512}, b \rightarrow \frac{5}{16}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{5}{16}, u21n \rightarrow \frac{1}{4}, u21c \rightarrow \frac{15}{64} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{128}, c21 \rightarrow \frac{1}{256}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{19}{32}, u21n \rightarrow \frac{1}{8}, u21c \rightarrow \frac{15}{128} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{64}, c21 \rightarrow \frac{1}{128}, b \rightarrow \frac{1}{8}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{5}{16}, u21n \rightarrow \frac{1}{8}, u21c \rightarrow \frac{7}{64} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{64}, c21 \rightarrow \frac{1}{128}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{5}{64}, u21c \rightarrow \frac{1}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{32}, c21 \rightarrow \frac{1}{64}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{19}{32}, u21n \rightarrow \frac{1}{4}, u21c \rightarrow \frac{3}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{32}, c21 \rightarrow \frac{1}{64}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{11}{64}, u21c \rightarrow \frac{1}{8} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{16}, c21 \rightarrow \frac{1}{32}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{19}{32}, u21n \rightarrow \frac{1}{2}, u21c \rightarrow \frac{5}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow \frac{1}{8}, c21 \rightarrow \frac{1}{16}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{1}{2}, u21c \rightarrow \frac{5}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{7}{8}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{1}{2}, u21c \rightarrow \frac{5}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{15}{16}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{19}{32}, u21n \rightarrow \frac{1}{2}, u21c \rightarrow \frac{5}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{31}{32}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{19}{32}, u21n \rightarrow \frac{1}{4}, u21c \rightarrow \frac{3}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{31}{32}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{11}{64}, u21c \rightarrow \frac{1}{8} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{63}{64}, b \rightarrow \frac{1}{8}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{5}{16}, u21n \rightarrow \frac{1}{8}, u21c \rightarrow \frac{7}{64} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{63}{64}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{5}{64}, u21c \rightarrow \frac{1}{16} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{127}{128}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{19}{32}, u21n \rightarrow \frac{1}{8}, u21c \rightarrow \frac{15}{128} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{255}{256}, b \rightarrow \frac{1}{8}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{7}{8}, u21n \rightarrow \frac{1}{32}, u21c \rightarrow \frac{3}{128} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{255}{256}, b \rightarrow \frac{5}{16}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{5}{16}, u21n \rightarrow \frac{1}{4}, u21c \rightarrow \frac{15}{64} \right\},$$

$$\left\{ c23 \rightarrow 1, c21 \rightarrow \frac{511}{512}, b \rightarrow \frac{1}{16}, u22n \rightarrow 1, u22c \rightarrow \frac{1}{8}, u21n \rightarrow \frac{1}{16}, u21c \rightarrow \frac{15}{256} \right\} \}$$

■ Individuos tipo III

Lo que ocurre en el caso de los individuos tipo III es similar a lo que ocurre en el caso de los individuos tipo I y II. La única diferencia en término de los pagos que recibe un jugador tipo III, de desviarse versus no desviarse, va a estar determinada por la diferencia entre la función v_{31c} de no desviarse y la función v_{31c} derivada del desvío, ya que, por la naturaleza de los supuestos realiza-

dos, las funciones de valor v_{31n} y v_{32} no se verán modificadas en caso de que el individuo cambie de estrategia. Es por ello que, para analizar la existencia de desvíos beneficiosos, deben analizarse las diferencias en términos de utilidad, de desviarse o no desviarse de la estrategia, de la función de valor v_{31c} .

v_{31c}

$$\frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32c} + \frac{9u_{33c}}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right)$$

$$v_{31c} \text{desvío} = ((1 - b(1 + p_{21}))(-c_{31} + b(p_{13} + p_{23c} + p_{23n})u_{33c}) + b(p_{12c} + p_{12n})(1 - b(1 + p_{21}))(-c_{32} + b((2 + p_{21})u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{33n})) + b(1 + p_{21})(-c_{31} + b((p_{12c} + p_{12n})u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n})u_{33n}))) / (1 - b - b^2 - 3b^2 p_{12c} + 3b^3 p_{12c} - 3b^2 p_{12n} + 3b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - b^2 p_{21} + 3b^3 p_{12c} p_{21} + 3b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n})$$

$$\left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + \frac{9b u_{33c}}{11} \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right) + \left(1 - \frac{13b}{11} \right) b \left(-c_{32} + b \left(\frac{24u_{32n}}{11} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) / \left(1 - 2b - \frac{46b^2}{11} + \frac{39b^3}{11} \right)$$

Existirán incentivos a desviarse para algún jugador tipo III, si:

$v_{31c} \text{desvío} > v_{31c}$

$$\left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + \frac{9b u_{33c}}{11} \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right) + \left(1 - \frac{13b}{11} \right) b \left(-c_{32} + b \left(\frac{24u_{32n}}{11} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) / \left(1 - 2b - \frac{46b^2}{11} + \frac{39b^3}{11} \right) > \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32c} + \frac{9u_{33c}}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{9u_{33n}}{11} \right) \right) \right)$$

FullSimplify[%104]

$$b(-1 + 3b)(-11 + 13b)(-11 + b(-11 + 13b)) (121c_{31} - 121c_{32} + 11(-11 + b(-11 + 13b))u_{32c} + b((264 - 143b)u_{32n} + 9(-11 + 13b)(u_{33c} - u_{33n}))) < 0$$

A continuación, se muestran algunos de los valores que podrían tomar los parámetros del modelo, para algunos individuos tipo III, que cumplan con la condición de desvío:

SemialgebraicComponentInstances[

{%105 && c32 > c31 > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 && 1/3 > b > 0},
{c32, c31, b, u33n, u33c, u32n, u32c}]

$$\left\{ \left\{ c_{32} \rightarrow \frac{1}{256}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{512}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u_{33n} \rightarrow 1, u_{33c} \rightarrow \frac{3}{4}, u_{32n} \rightarrow \frac{1}{4}, u_{32c} \rightarrow \frac{1}{8} \right\}, \left\{ c_{32} \rightarrow \frac{1}{64}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{128}, b \rightarrow \frac{1}{16}, u_{33n} \rightarrow 1, u_{33c} \rightarrow \frac{1}{8}, u_{32n} \rightarrow \frac{1}{16}, u_{32c} \rightarrow \frac{1}{32} \right\}, \left\{ c_{32} \rightarrow \frac{1}{64}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{128}, b \rightarrow \frac{1}{8}, u_{33n} \rightarrow 1, u_{33c} \rightarrow \frac{1}{4}, u_{32n} \rightarrow \frac{1}{8}, u_{32c} \rightarrow \frac{1}{16} \right\}, \left\{ c_{32} \rightarrow \frac{1}{64}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{128}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u_{33n} \rightarrow 1, u_{33c} \rightarrow \frac{3}{4}, u_{32n} \rightarrow \frac{1}{16}, u_{32c} \rightarrow \frac{1}{32} \right\}, \left\{ c_{32} \rightarrow \frac{1}{64}, c_{31} \rightarrow \frac{1}{128}, b \rightarrow \frac{1}{4}, u_{33n} \rightarrow 1, u_{33c} \rightarrow \frac{3}{4}, u_{32n} \rightarrow \frac{1}{8}, u_{32c} \rightarrow \frac{1}{16} \right\}, \right.$$


```
Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]

Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso 2: Los individuos de tipo I juegan la estrategia especulativa, mientras que los demás individuos continúan jugando la estrategia fundamental.

Individuo tipo I

Las ecuaciones que caracterizan las funciones de valor de los individuos tipo I bajo las estrategias enunciadas, son:

$$\begin{aligned}
 v_{12c} &= -c_{12} + b (v_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{23c} + p_{23n}) * v_{13} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{12n} &= -c_{12} + b (v_{12n} + p_{21} * (u_{11n} + v_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13n} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11n} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{13} &= -c_{13} + b (3 v_{12c} + (2 + p_{32}) * u_{13n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{11n})
 \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo I siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{13c} + v_{12c}; v_{13}; v_{12n}) = v_{13}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } u_{13c} + v_{12c} < v_{13}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso I represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{12c} y v_{13} , en término de los niveles de utilidad y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v12c}, {v12n}, {v13}} {{1 - b(p21 + p31c + p31n), -b(1 + p32), -b(p23c + p23n)}, {-b(1 + p31c + p31n), 1 - b(1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

La matriz de coeficientes del caso II, individuo tipo I es:

$$MCC2I1 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder alicar Regla de Cramer, se realizan los reemplazos correspondientes en las columnas de la matriz de coeficientes, para v12c, v12n y para v13:

$$MCC2V12C = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 1 - b (1 + p32), 0},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 0, 1}}

$$MCC2V12N = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (p23c + p23n)},
{-b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 0},
{-3 b, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 1}}

$$MCC2V13 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & 0 & -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-3 b, 0, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

Una vez obtenidas las matrices correspondientes, se pueden determinar las expresiones para v12c y v13:

$$v_{12c} = \text{Det}[\text{MCC2V12C}] / \text{Det}[\text{MCC2I1}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b(1 + p_{32}))(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) + \\ & \quad b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n})) + \\ & \quad b(p_{23c} + p_{23n})(1 - b(1 + p_{32}))(-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - \\ & \quad b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

$$v_{12n} = \text{Det}[\text{MCC2V12N}] / \text{Det}[\text{MCC2I1}]$$

$$\begin{aligned} & (b(1 + p_{31c} + p_{31n})(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) + \\ & \quad (1 - b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n}))(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n})) - \\ & \quad b(p_{23c} + p_{23n})(3b(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n})) - \\ & \quad \quad b(1 + p_{31c} + p_{31n})(-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n})))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & \quad b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

$$v_{13} = \text{Det}[\text{MCC2V13}] / \text{Det}[\text{MCC2I1}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \\ & \quad (-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n})) - \\ & \quad 3b(-(1 - b(1 + p_{32}))(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) - \\ & \quad \quad b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n})))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & \quad b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

Entonces, para que el caso II represente un equilibrio, será condición necesaria que $v_{12c} + u_{13c} < v_{13}$

$$v_{12c} + u_{13c} < v_{13}$$

$$\begin{aligned} & u_{13c} + ((1 - b(1 + p_{32}))(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) + \\ & \quad b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n})) + \\ & \quad b(p_{23c} + p_{23n})(1 - b(1 + p_{32}))(-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & \quad b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) < \\ & ((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \\ & \quad (-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n})) - \\ & \quad 3b(-(1 - b(1 + p_{32}))(-c_{12} + b(p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c}) - \\ & \quad \quad b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n})))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & \quad b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

Individuo tipo II

Las funciones de valor de los individuos tipo II, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned}
v_{21} &= -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} * (2 + p_{13}) * u_{13n}) \\
v_{23c} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{23c}) + \\
&\quad p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * v_{21} + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \\
v_{23n} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + \\
&\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22n} + v_{23c}))
\end{aligned}$$

Para que el individuo tipo II siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{21c} + v_{23c}; v_{21}; v_{23n}) = v_{21}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso I represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{23c} y v_{21} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo II y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3b & 0 \\ -b * (p_{31c} + p_{31n}) & 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) & -b * (1 + p_{32}) \\ 0 & -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) & 1 - b * (1 + p_{13}) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{23c} \\ v_{23n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{21} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} + (2 + p_{13}) * u_{21n}) \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n}) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

$$\{(v_{21}), \{v_{23c}\}, \{v_{23n}\}\} \{1, -3b, 0\}, \{-b(p_{31c} + p_{31n}), 1 - b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32}), -b(1 + p_{32})\}, \{0, -b(1 + p_{12c} + p_{12n}), 1 - b(1 + p_{13})\} \text{ is Protected. } \gg$$

$$\{-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n})\}, \{-c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}\}, \{-c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n})\}$$

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso I, individuos tipo II, es:

$$\text{MCC2I2} = \begin{pmatrix} 1 & -3b & 0 \\ -b * (p_{31c} + p_{31n}) & 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) & -b * (1 + p_{32}) \\ 0 & -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) & 1 - b * (1 + p_{13}) \end{pmatrix}$$

$$\{1, -3b, 0\}, \{-b(p_{31c} + p_{31n}), 1 - b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32}), -b(1 + p_{32})\}, \{0, -b(1 + p_{12c} + p_{12n}), 1 - b(1 + p_{13})\}$$

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v_{23c} , v_{23n} y v_{21} , se construyen las matrices restantes;

$$\text{MCC2V21} = \begin{pmatrix} -c_{21} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} + (2 + p_{13}) * u_{21n}) & -3b \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) & 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n}) & -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) \end{pmatrix}$$

$$\{-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}), -3b, 0\}, \{-c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}, 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}), -b * (1 + p_{32})\}, \{-c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n}), -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}), 1 - b * (1 + p_{13})\}$$

$$\text{MCC2V23C} = \begin{pmatrix} 1 & -c_{21} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} + (2 + p_{13}) * u_{21n}) \\ -b * (p_{31c} + p_{31n}) & -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) \\ 0 & -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n}) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1, -c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}), 0\}, \\ \{-b * (p_{31c} + p_{31n}), -c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}, -b * (1 + p_{32})\}, \\ \{0, -c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n}), 1 - b * (1 + p_{13})\} \}$$

$$\text{MCC2V23N} = \begin{pmatrix} 1 & -3b & -c_{21} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}) \\ -b * (p_{31c} + p_{31n}) & 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) & -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) \\ 0 & -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) & -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n}) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1, -3b, -c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n})\}, \\ \{-b * (p_{31c} + p_{31n}), 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}), -c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}\}, \\ \{0, -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}), -c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n})\} \}$$

Mediante la utilización de la Regla de Cramer se puede obtener expresiones para V_{21} y de V_{23c} . Una vez obtenidas tales expresiones, se podrá tener la condición que indique cuando se llevará a cabo la estrategia fundamental en el caso del individuo tipo II (si los otros individuos también siguen tal estrategia), que será aquella expresión que muestre los valores de los parámetros para los cuales se cumple que $V_{21} > u_{21c} + V_{23c}$

$$v_{21} = \text{Det}[\text{MCC2V21}] / \text{Det}[\text{MCC2I2}]$$

$$\frac{((1 - b * (1 + p_{13})) * (3b * (-c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) + (1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})) * (-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}))) + b * (1 + p_{32}) * (-b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) * (-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}))) + 3b * (-c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n}))))}{(b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) * (-b - b * p_{32}) + (1 - b * (1 + p_{13}))) * (1 - b * p_{12c} - b * p_{12n} - 3 * b^2 * p_{31c} - 3 * b^2 * p_{31n} - b * p_{32})}$$

$$v_{23c} = \text{Det}[\text{MCC2V23C}] / \text{Det}[\text{MCC2I2}]$$

$$\frac{(-(-b - b * p_{32}) * (-c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n})) + (1 - b * (1 + p_{13})) * (-c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) + b * (p_{31c} + p_{31n}) * (-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}))))}{(b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) * (-b - b * p_{32}) + (1 - b * (1 + p_{13}))) * (1 - b * p_{12c} - b * p_{12n} - 3 * b^2 * p_{31c} - 3 * b^2 * p_{31n} - b * p_{32})}$$

$$v_{23n} = \text{Det}[\text{MCC2V23N}] / \text{Det}[\text{MCC2I2}]$$

$$\frac{((1 - b * p_{12c} - b * p_{12n} - 3 * b^2 * p_{31c} - 3 * b^2 * p_{31n} - b * p_{32}) * (-c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n})) + b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) * (-c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) + b * (p_{31c} + p_{31n}) * (-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}))))}{(b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) * (-b - b * p_{32}) + (1 - b * (1 + p_{13}))) * (1 - b * p_{12c} - b * p_{12n} - 3 * b^2 * p_{31c} - 3 * b^2 * p_{31n} - b * p_{32})}$$

A continuación, se procede a evaluar la condición bajo la cual será conveniente para el individuo tipo II llevar a cabo la estrategia fundamental, cuando los demás jugadores también juegan la estrategia fundamental (condición necesaria para que el caso I represente una situación de equilibrio, referida a los individuos tipo II):

$$v_{23c} + u_{21c} < v_{21}$$

$$\begin{aligned} & u_{21c} + (-(-b - b p_{32}) (-c_{23} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) u_{22n})) + \\ & \quad (1 - b (1 + p_{13})) (-c_{23} + b (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) u_{22c} + \\ & \quad \quad b (p_{31c} + p_{31n}) (-c_{21} + b ((2 + p_{13}) u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) u_{22n}))) / \\ & \quad (b (1 + p_{12c} + p_{12n}) (-b - b p_{32}) + (1 - b (1 + p_{13})) \\ & \quad \quad (1 - b p_{12c} - b p_{12n} - 3 b^2 p_{31c} - 3 b^2 p_{31n} - b p_{32})) < \\ & ((1 - b (1 + p_{13})) (3 b (-c_{23} + b (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) u_{22c}) + \\ & \quad (1 - b (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})) (-c_{21} + b ((2 + p_{13}) u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) u_{22n}))) + \\ & \quad b (1 + p_{32}) (-b (1 + p_{12c} + p_{12n}) (-c_{21} + b ((2 + p_{13}) u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) u_{22n})) + \\ & \quad \quad 3 b (-c_{23} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) u_{22n}))) / \\ & \quad (b (1 + p_{12c} + p_{12n}) (-b - b p_{32}) + (1 - b (1 + p_{13})) \\ & \quad \quad (1 - b p_{12c} - b p_{12n} - 3 b^2 p_{31c} - 3 b^2 p_{31n} - b p_{32})) \end{aligned}$$

Individuo tipo III

Las funciones de valor de los individuos tipo III, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} v_{31c} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + v_{31c}) + \\ & \quad p_{13} * (u_{33c} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{31n} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + v_{31c}) * p_{13} * (u_{33n} + v_{31c}) + \\ & \quad p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{32} &= -c_{32} + b * (3 * v_{31c} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{21}) u_{32n}) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo III siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{32c} + v_{31c}; v_{32}; v_{31n}) = v_{32}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{31c} y v_{32} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo III y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p_{23c} + p_{23n}) & -b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -b * (1 + p_{23c} + p_{23n}) & 1 - b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_{31c} \\ v_{31n} \\ v_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{32c}) \\ -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{32n}) \\ -c_{32} + b * ((2 + p_{21}) * u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n}) \end{pmatrix}$$

Set::write : Tag Times in

$$\{\{v_{31c}\}, \{v_{31n}\}, \{v_{32}\}\} \{\{1 - b(1 + p_{23c} + p_{23n}), -b(1 + p_{21}), 0\}, \{-b(1 + p_{23c} + p_{23n}), 1 - b(1 + p_{21}), 0\}, \{-3 b, 0, 1\}\}$$

is Protected. >>

$$\begin{aligned} & \{-c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})\}, \\ & \{-c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})\}, \\ & \{-c_{32} + b * ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})\} \end{aligned}$$

Una vez planteado el sistema de ecuaciones, se puede obtener una expresión para v_{31c} , v_{31n} y v_{32} , para después poder comparar $v_{31c} + u_{32c}$ con v_{32} y determinar las condiciones bajo las cuales se cumple el equilibrio fundamental para el individuo tipo III.

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso I, individuos tipo III, es:

$$\text{MCC2I3} = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & 0 \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (1 + p23c + p23n), -b (1 + p21), 0\}, \\ \{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21), 0\}, \{-3b, 0, 1\} \}$$

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v31c, v31n y v32, se construyen las matrices restantes;

MCC2V31C =

$$\begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) & -b * (1 + p21) & 0 \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -c32 + b * ((2 + p21) * u32n + (p23c + p23n) * u33n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), -b (1 + p21), 0\}, \\ \{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 1 - b (1 + p21), 0\}, \\ \{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1\} \}$$

MCC2V31N =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) & 0 \\ -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 0 \\ -3 * b & -c32 + b * ((2 + p21) * u32n + (p23c + p23n) * u33n) & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), 0\}, \\ \{-b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0\}, \\ \{-3b, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1\} \}$$

$$\text{MCC2V32} = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((2 + p21) * u32n + (p23c + p23n) * u33n) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (1 + p23c + p23n), -b (1 + p21), \\ -c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)\}, \{-b (1 + p23c + p23n), \\ 1 - b (1 + p21), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)\}, \\ \{-3b, 0, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)\} \}$$

v31c = Det[MCC2V31C] / Det[MCC2I3]

$$\frac{((-b (1 + p21)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) + b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)))}{(1 - 2b - bp21 - bp23c - bp23n)}$$

v31n = Det[MCC2V31N] / Det[MCC2I3]

$$\frac{(b (1 + p23c + p23n) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) + (1 - b (1 + p23c + p23n)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)))}{(1 - 2b - bp21 - bp23c - bp23n)}$$

v32 = Det[MCC2V32] / Det[MCC2I3]

$$\frac{((1 - 2b - bp21 - bp23c - bp23n) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) - 3b (- (1 - b (1 + p21)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) - b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))))}{(1 - 2b - bp21 - bp23c - bp23n)}$$

De esta forma, la condición que determina que el equilibrio fundamental se cumpla en el caso de los individuos tipo III es:

$$v_{31c} + u_{32c} > v_{32}$$

$$\begin{aligned} & u_{32c} + ((1 - b(1 + p_{21}))(-c_{31} + b((p_{12c} + p_{12n})u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n})u_{33c})) + \\ & \quad b(1 + p_{21})(-c_{31} + b((p_{12c} + p_{12n})u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n})u_{33n}))) / \\ & \quad (1 - 2b - bp_{21} - bp_{23c} - bp_{23n}) > \\ & ((1 - 2b - bp_{21} - bp_{23c} - bp_{23n})(-c_{32} + b((2 + p_{21})u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{33n})) - \\ & \quad 3b(- (1 - b(1 + p_{21}))(-c_{31} + b((p_{12c} + p_{12n})u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n})u_{33c})) - \\ & \quad \quad b(1 + p_{21})(-c_{31} + b((p_{12c} + p_{12n})u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n})u_{33n})))) / \\ & \quad (1 - 2b - bp_{21} - bp_{23c} - bp_{23n}) \end{aligned}$$

Probabilidades

El valor que toman las probabilidades en el caso II, dadas las estrategias seguidas por cada uno de los tipos de individuos, responden a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p_{12c} &= p_{12c} * (1/3) * (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) + \\ & \quad p_{12n} * (1/3) * (p_{21} + p_{23c} + p_{23n} + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13} \\ p_{12n} &= p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{32}) \\ p_{13} &= p_{12c} * (1/3) * (p_{23c} + p_{23n}) \\ p_{21} &= p_{23c} * (1/3) * (p_{31c} + p_{31n}) \\ p_{23c} &= p_{23c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) + p_{23n} * (p_{12c} + p_{12n} + 1) + p_{21} \\ p_{23n} &= p_{23c} * (1/3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1/3) * (1 + p_{13}) \\ p_{31c} &= p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32} \\ p_{31n} &= p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{21}) \\ p_{32} &= 0 \end{aligned}$$

`ClearAll[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32]`

`p12c / p12n == (1 + p31c + p31n) / (1 + p32) /. {{p32 -> 0, p31c + p31n -> 1}}`

$$\left\{ \frac{p_{12c}}{p_{12n}} == 2 \right\}$$

`p31c / p31n == (1 + p23c + p23n) / (1 + p21) /.`

`{{p23c + p23n + p21 -> 1, p21 -> (1/3) * p23c, p31c + p31n -> 1}}`

$$\left\{ \frac{p_{31c}}{p_{31n}} == \frac{1 + p_{23c} + p_{23n}}{1 + \frac{p_{23c}}{3}} \right\}$$

`p23c / p23n == (1 + p12c + p12n) / (1 + p13) /.`

`{{p12n -> p12c / 2, p13 -> p12c / 3 * (p23c + p23n), p12c + p12n + p13 -> 1}}`

$$\left\{ \frac{p_{23c}}{p_{23n}} == \frac{1 + \frac{3p_{12c}}{2}}{1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})} \right\}$$

$$1 \geq p_{12c} \geq 0$$

$$1 \geq p_{23c} \geq 0$$

$$1 \geq p_{23n} \geq 0$$

$$\left\{ \frac{p_{31c}}{p_{31n}} = \frac{1 + p_{23c} + p_{23n}}{1 + \frac{p_{23c}}{3}} \right\} / . \left\{ \left\{ p_{23c} \rightarrow \frac{1 + \frac{3p_{12c}}{2}}{1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})} * p_{23n} \right\} \right\}$$

$$\left\{ \left\{ \frac{p_{31c}}{p_{31n}} = \frac{1 + p_{23n} + \frac{\left(1 + \frac{3p_{12c}}{2}\right) p_{23n}}{1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})}}{1 + \frac{\left(1 + \frac{3p_{12c}}{2}\right) p_{23n}}{3 \left(1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})\right)}} \right\} \right\}$$

FullSimplify[%75] /. {{p23c * (4 / 3) + p23n -> 1}}

$$\left\{ \left\{ \left((6 + 12 p_{23n} + p_{12c} (2 p_{23c} (1 + p_{23n}) + p_{23n} (11 + 2 p_{23n}))) \right) / \right. \right. \\ \left. \left. (6 + 2 p_{12c} p_{23c} + 2 p_{23n} + 5 p_{12c} p_{23n}) = \frac{p_{31c}}{p_{31n}} \right\} \right\}$$

Solve $\left[\left((6 + 12 p_{23n} + p_{12c} (2 p_{23c} (1 + p_{23n}) + p_{23n} (11 + 2 p_{23n}))) \right) / \right.$

$$\left. (6 + 2 p_{12c} p_{23c} + 2 p_{23n} + 5 p_{12c} p_{23n}) = \frac{p_{31c}}{p_{31n}}, \right.$$

$$p_{12c} * (3 / 2) + p_{12c} / 3 * (p_{23c} + p_{23n}) = 1, (4 / 3) * p_{23c} + p_{23n} = 1,$$

$$p_{31c} + p_{31n} = 1, \left. \frac{p_{23c}}{p_{23n}} = \frac{1 + \frac{3p_{12c}}{2}}{1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})} \right\}, \{p_{12c}, p_{23c}, p_{23n}, p_{31c}, p_{31n}\}$$

$$\left\{ \left\{ p_{12c} \rightarrow \frac{1}{3} (-11 - \sqrt{161}), p_{23c} \rightarrow \frac{3}{40} (121 + 9 \sqrt{161}), \right. \right. \\ \left. \left. p_{23n} \rightarrow \frac{3}{10} (-37 - 3 \sqrt{161}), p_{31c} \rightarrow \frac{1}{120} (-41 - 9 \sqrt{161}), p_{31n} \rightarrow \frac{1}{120} (161 + 9 \sqrt{161}) \right\}, \right. \\ \left. \left\{ p_{12c} \rightarrow \frac{1}{3} (-11 + \sqrt{161}), p_{23c} \rightarrow \frac{3}{40} (121 - 9 \sqrt{161}), p_{23n} \rightarrow \frac{3}{10} (-37 + 3 \sqrt{161}), \right. \right. \\ \left. \left. p_{31c} \rightarrow \frac{1}{120} (-41 + 9 \sqrt{161}), p_{31n} \rightarrow \frac{1}{120} (161 - 9 \sqrt{161}) \right\} \right\}$$

$$p_{12c} = \frac{1}{3} (-11 + \sqrt{161})$$

0.562859

$$p_{12n} = p_{12c} / 2 / . \left\{ \left\{ p_{12c} \rightarrow \frac{1}{3} (-11 + \sqrt{161}) \right\} \right\}$$

$$\mathbf{NSolve} \left[\left\{ p_{12n} = \frac{1}{6} (-11 + \sqrt{161}) \right\}, \{p_{12n}\} \right]$$

{{p12n -> 0.28143}}

$$p_{23c} = \frac{3}{40} (121 - 9 \sqrt{161})$$

$$p_{23n} = \frac{3}{10} (-37 + 3 \sqrt{161})$$

0.51021

0.31972

$$p_{13} = p_{12c} / 3 * (p_{23c} + p_{23n})$$

0.155711

$$p_{31c} = \frac{1}{120} (-41 + 9 \sqrt{161})$$

0.609977

$$p_{31n} = \frac{1}{120} (161 - 9 \sqrt{161})$$

0.390023

Los valores tomados por las probabilidades involucradas, en este caso son (se utilizan aproximaciones):

$$\begin{aligned} p_{12c} &= 0.56 = \frac{14}{25} \\ p_{12n} &= 0.28 = \frac{7}{25} \\ p_{13} &= 0.16 = \frac{4}{25} \\ p_{21} &= 0.17 = \frac{17}{100} \\ p_{23c} &= 0.51 = \frac{51}{100} \\ p_{23n} &= 0.32 = \frac{8}{25} \\ p_{31c} &= 0.61 = \frac{61}{100} \\ p_{31n} &= 0.39 = \frac{39}{100} \\ p_{32} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{12c} &= 0.56285918014984 \\ p_{12n} &= 0.28142959007491997 \\ p_{13} &= 0.15571122977523974 \\ p_{21} &= 0.17007005339885817 \\ p_{23c} &= 0.5102101601965742 \\ p_{23n} &= 0.31971978640456766 \\ p_{31c} &= 0.6099766488670473 \\ p_{31n} &= 0.39002335113295267 \\ p_{32} &= 0 \end{aligned}$$

Cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

Para trabajar con las funciones de valor de los individuos, se supuso que $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$. En este apartado, se define lo que este supuesto va a implicar para cada uno de los jugadores.

■ Individuo I

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{13c} + ((1-b)(-c_{12} + 1.17007b u_{11c}) + b(-c_{12} + b(1.17007u_{11n} + 0.82993u_{13n})) + 0.82993(1-b)b(-c_{13} + b(1. u_{11n} + 2u_{13n}))) / (1. - 2.17007b - 3.31972b^2 + 2.48979b^3) > (2. b(-c_{12} + 1.17007b u_{11c}) + (1 - 1.17007b)(-c_{12} + b(1.17007u_{11n} + 0.82993u_{13n})) - 0.82993b(3b(-c_{12} + b(1.17007u_{11n} + 0.82993u_{13n})) - 2. b(-c_{13} + b(1. u_{11n} + 2u_{13n})))) / (1. - 2.17007b - 3.31972b^2 + 2.48979b^3)$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, Factor[%69]]

$$\frac{1}{0.40164 - 0.871588b - 1.333333b^2 + 1. b^3} 1. (-0.40164c_{12} - 0.333333bc_{13} + 0.333333b^2c_{13} + 0.469947bu_{11c} - 0.469947b^2u_{11c} + 0.803281b^2u_{11n} - 0.333333b^3u_{11n} + 0.40164u_{13c} - 0.871588bu_{13c} - 1.333333b^2u_{13c} + 1. b^3u_{13c} + 1. b^2u_{13n} - 0.666667b^3u_{13n}) > - \frac{1}{0.40164 - 0.871588b - 1.333333b^2 + 1. b^3} 0.503403(0.79785c_{12} + 0.662159bc_{12} - 1.98648b^2c_{12} + 1.32432b^2c_{13} - 1.86708b^2u_{11c} - 0.93354bu_{11n} + 1.09231b^2u_{11n} + 1. b^3u_{11n} - 0.662159bu_{13n} + 0.774773b^2u_{13n} - 1. b^3u_{13n})$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, FullSimplify[%71]]

$$(5.55112 \times 10^{-17} + (0.333333 - 1. b) b) c_{12} + 0.40164 u_{13c} + b((-0.333333 + 1. b) c_{13} + 0.469947 u_{11c} - 0.469947 u_{11n} - 0.871588 u_{13c} - 0.333333 u_{13n} + b(-1.40984 u_{11c} + 1.35315 u_{11n} + 0.17007 b u_{11n} - 1.33333 u_{13c} + 1. b u_{13c} + 1.39002 u_{13n} - 1.17007 b u_{13n})) > 0$$

Collect[%72, b]

$$5.55112 \times 10^{-17} c_{12} + 0.40164 u_{13c} + b^3(0.17007 u_{11n} + 1. u_{13c} - 1.17007 u_{13n}) + b(0.333333 c_{12} - 0.333333 c_{13} + 0.469947 u_{11c} - 0.469947 u_{11n} - 0.871588 u_{13c} - 0.333333 u_{13n}) + b^2(-1. c_{12} + 1. c_{13} - 1.40984 u_{11c} + 1.35315 u_{11n} - 1.33333 u_{13c} + 1.39002 u_{13n}) > 0$$

$$u_{13c} > b * \left(\frac{83}{100} (c_{13} - c_{12}) + \frac{117}{100} (u_{11n} - u_{11c}) + \frac{83}{100} * u_{13n} - \frac{217}{100} * u_{13c} \right) + b^2 * \left(\frac{249}{100} * (c_{13} - c_{12}) - \frac{337}{100} u_{11n} + \frac{351}{100} u_{11c} - \frac{346}{100} u_{13n} + \frac{83}{25} u_{13c} \right) + b^3 * \left(\frac{291}{100} * u_{13n} - \frac{249}{100} u_{13c} - \frac{423}{1000} u_{11n} \right)$$

■ Individuo II

u21c + v23c > v23n

$$\begin{aligned}
& u21c + ((1 - 1.15571 b) \\
& \quad (-c23 + 0.844289 b u22c + 1. b (-c21 + b (2.15571 u21n + 0.844289 u22n))) + \\
& \quad b (-c23 + b (1. u21n + 0.844289 u22n))) / \\
& \quad (-1.84429 b^2 + (1 - 1.15571 b) (1 - 0.844289 b - 3. b^2)) > \\
& (1.84429 b (-c23 + 0.844289 b u22c + 1. b (-c21 + b (2.15571 u21n + 0.844289 u22n))) + \\
& \quad (1 - 0.844289 b - 3. b^2) (-c23 + b (1. u21n + 0.844289 u22n))) / \\
& \quad (-1.84429 b^2 + (1 - 1.15571 b) (1 - 0.844289 b - 3. b^2))
\end{aligned}$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, Factor[%74]]

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{0.288423 - 0.576845 b - 1.11577 b^2 + 1. b^3} \\
& 1. (-0.288423 b c21 + 0.333333 b^2 c21 - 0.288423 c23 + 0.0449107 b c23 + 0.288423 u21c - \\
& \quad 0.576845 b u21c - 1.11577 b^2 u21c + 1. b^3 u21c + 0.910179 b^2 u21n - 0.71857 b^3 u21n + \\
& \quad 0.243512 b u22c - 0.28143 b^2 u22c + 0.487024 b^2 u22n - 0.28143 b^3 u22n) > \\
& \frac{1}{0.288423 - 0.576845 b - 1.11577 b^2 + 1. b^3} 0.28143 (-1.89012 b^2 c21 - 1.02485 c23 - \\
& \quad 1.02485 b c23 + 3.07455 b^2 c23 + 1.02485 b u21n - 0.865268 b^2 u21n + \\
& \quad 1. b^3 u21n + 1.5958 b^2 u22c + 0.865268 b u22n - 0.730536 b^2 u22n - 1. b^3 u22n)
\end{aligned}$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, FullSimplify[%75]]

$$\begin{aligned}
& 6.41549 \times 10^{-17} c23 + 0.333333 u21c + \\
& \quad b ((-0.333333 + 1. b) c21 + 0.385237 c23 - 0.666667 u21c - 0.333333 u21n + 0.28143 u22c - \\
& \quad 0.28143 u22n + b (-1. c23 + (-1.28951 + 1.15571 b) u21c + 1.33333 u21n - \\
& \quad 1.15571 b u21n - 0.844289 u22c + 0.800467 u22n + 1.2831 \times 10^{-16} b u22n)) > 0
\end{aligned}$$

Collect[%76, b]

$$\begin{aligned}
& 6.41549 \times 10^{-17} c23 + 0.333333 u21c + \\
& \quad b (-0.333333 c21 + 0.385237 c23 - 0.666667 u21c - 0.333333 u21n + 0.28143 u22c - \\
& \quad 0.28143 u22n) + b^3 (1.15571 u21c - 1.15571 u21n + 1.2831 \times 10^{-16} u22n) + \\
& \quad b^2 (1. c21 - 1. c23 - 1.28951 u21c + 1.33333 u21n - 0.844289 u22c + 0.800467 u22n) > 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& u21c > b * \left(c21 - \frac{29}{25} c23 + 2 * u21c + u21n + \frac{21}{25} (u22n - u22c) \right) + b^2 * \\
& \quad \left(3 (c23 - c21) + \frac{387}{100} u21c - 4 u21n + \frac{253}{100} u22c - \frac{1491}{625} u22n \right) + b^3 * \frac{347}{100} * (u21n - u21c)
\end{aligned}$$

■ Individuo III

u32c + v31c > v31n

$$\begin{aligned}
& u32c + \frac{1}{1 - 3. b} ((1 - 1.17007 b) (-c31 + b (0.844289 u32c + 0.985641 u33c)) + \\
& \quad 1.17007 b (-c31 + b (0.844289 u32n + 0.985641 u33n))) > \\
& \frac{1}{1 - 3. b} (1.82993 b (-c31 + b (0.844289 u32c + 0.985641 u33c)) + \\
& \quad (1 - 1.82993 b) (-c31 + b (0.844289 u32n + 0.985641 u33n)))
\end{aligned}$$

FullSimplify[%78, Assumptions → 1 / 3 > b > 0]

$$(6.0048 \times 10^{15} + (-1.29446 \times 10^{16} - 1.52094 \times 10^{16} b) b) u_{32c} + b (-5.06978 \times 10^{15} u_{32n} + 1.52094 \times 10^{16} b u_{32n} + 5.91858 \times 10^{15} u_{33c} - 1.77557 \times 10^{16} b u_{33c} - 5.91858 \times 10^{15} u_{33n} + 1.77557 \times 10^{16} b u_{33n}) > 1. c_{31}$$

Collect[%79, b]

$$6.0048 \times 10^{15} u_{32c} + b (-1.29446 \times 10^{16} u_{32c} - 5.06978 \times 10^{15} u_{32n} + 5.91858 \times 10^{15} u_{33c} - 5.91858 \times 10^{15} u_{33n}) + b^2 (-1.52094 \times 10^{16} u_{32c} + 1.52094 \times 10^{16} u_{32n} - 1.77557 \times 10^{16} u_{33c} + 1.77557 \times 10^{16} u_{33n}) > 1. c_{31}$$

u32c >

$$b * \left(\frac{54}{25} u_{32c} + \frac{21}{25} u_{32n} + (u_{33n} - u_{33c}) \right) + b^2 * \left(\frac{253}{100} (u_{32c} - u_{32n}) + \frac{74}{25} (u_{33c} - u_{33n}) \right)$$

Condiciones necesarias para que el caso II represente una situación de equilibrio.

A continuación, se vuelven a escribir las condiciones necesarias para que el caso II represente una situación de equilibrio, realizando los remplazos de los valores que toman las probabilidades:

$$v_{13} > v_{12c} + u_{13c}$$

$$\begin{aligned} & (-3b(-1-b)(-c_{12} + 1.17007bu_{11c}) - b(-c_{12} + b(1.17007u_{11n} + 0.82993u_{13n}))) + \\ & (1. - 2.17007b - 0.82993b^2)(-c_{13} + b(1. u_{11n} + 2 u_{13n})) / \\ & (1. - 2.17007b - 3.31972b^2 + 2.48979b^3) > \\ & u_{13c} + ((1-b)(-c_{12} + 1.17007bu_{11c}) + b(-c_{12} + b(1.17007u_{11n} + 0.82993u_{13n})) + \\ & 0.82993(1-b)b(-c_{13} + b(1. u_{11n} + 2 u_{13n}))) / \\ & (1. - 2.17007b - 3.31972b^2 + 2.48979b^3) \end{aligned}$$

Factor[%32]

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{(-1 + 3b)(-100 - 83b + 83b^2)} \\ & (300bc_{12} + 100c_{13} - 217bc_{13} - 83b^2c_{13} - 351b^2u_{11c} + 351b^3u_{11c} - \\ & 100bu_{11n} + 217b^2u_{11n} - 268b^3u_{11n} - 200bu_{13n} + 434b^2u_{13n} - 83b^3u_{13n}) > \\ & \frac{1}{(-1 + 3b)(-100 - 83b + 83b^2)} (-100c_{12} - 83bc_{13} + 83b^2c_{13} + 117bu_{11c} - \\ & 117b^2u_{11c} + 200b^2u_{11n} - 83b^3u_{11n} + 100u_{13c} - 217bu_{13c} - \\ & 332b^2u_{13c} + 249b^3u_{13c} + 249b^2u_{13n} - 166b^3u_{13n}) \end{aligned}$$

FullSimplify[%35, Assumptions → b < 1 / 3]

$$(-100 + 83(-1 + b)b)(100c_{12} - 100c_{13} - 100u_{13c} + b(117(-1 + b)u_{11c} + (100 - 117b)u_{11n} + 83(-1 + b)u_{13c} + 200u_{13n} - 83bu_{13n})) < 0$$

La expresión puede escribirse de la siguiente manera, (a modo de simplificar su interpretación):

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13}c + b \left(u_{11}n - \frac{117}{100} * u_{11}c + 2 * u_{13}n - \frac{83}{100} * u_{13}c + b * \left(\frac{117}{100} * (u_{11}c - u_{11}n) + \frac{83}{100} * (u_{13}c - u_{13}n) \right) \right)$$

Esta expresión será la que se utilizará a los efectos de interpretar la condición necesaria en el caso del individuo tipo I, de que el caso II sea un equilibrio estable.

$$v_{23}c + u_{21}c < v_{21}$$

$$u_{21}c + ((1 - 1.15571 b) (-c_{23} + 0.844289 b u_{22}c + 1. b (-c_{21} + b (2.15571 u_{21}n + 0.844289 u_{22}n))) + b (-c_{23} + b (1. u_{21}n + 0.844289 u_{22}n))) / (-1.84429 b^2 + (1 - 1.15571 b) (1 - 0.844289 b - 3. b^2)) < ((1 - 1.15571 b) (3 b (-c_{23} + 0.844289 b u_{22}c) + (1 - 0.844289 b) (-c_{21} + b (2.15571 u_{21}n + 0.844289 u_{22}n)))) + b (3 b (-c_{23} + b (1. u_{21}n + 0.844289 u_{22}n)) - 1.84429 b (-c_{21} + b (2.15571 u_{21}n + 0.844289 u_{22}n)))) / (-1.84429 b^2 + (1 - 1.15571 b) (1 - 0.844289 b - 3. b^2))$$

Factor[%33]

$$\frac{1}{625 - 1250 b - 2416 b^2 + 2175 b^3} (-625 b c_{21} + 725 b^2 c_{21} - 625 c_{23} + 100 b c_{23} + 625 u_{21}c - 1250 b u_{21}c - 2416 b^2 u_{21}c + 2175 b^3 u_{21}c + 1975 b^2 u_{21}n - 1566 b^3 u_{21}n + 525 b u_{22}c - 609 b^2 u_{22}c + 1050 b^2 u_{22}n - 609 b^3 u_{22}n) < -(15 625 c_{21} - 31 250 b c_{21} - 13 525 b^2 c_{21} + 46 875 b c_{23} - 7500 b^2 c_{23} - 33 750 b u_{21}n + 67 500 b^2 u_{21}n - 17 661 b^3 u_{21}n - 39 375 b^2 u_{22}c + 45 675 b^3 u_{22}c - 13 125 b u_{22}n + 26 250 b^2 u_{22}n - 28 014 b^3 u_{22}n) / (25 (625 - 1250 b - 2416 b^2 + 2175 b^3))$$

Assuming[b < 1 / 3, FullSimplify[%37]]

$$(625 + b (-1250 + b (-2416 + 2175 b))) (25 (625 + b (-1875 + 184 b)) c_{21} - 625 (-1 + 3 b) (-25 + 4 b) c_{23} + 15 625 u_{21}c + b (25 (-1250 + b (-2416 + 2175 b)) u_{21}c + (-33 750 + (116 875 - 56 811 b) b) u_{21}n + 21 (-25 + 29 b) (-25 u_{22}c + 75 b u_{22}c + 25 u_{22}n - 71 b u_{22}n))) < 0$$

Together[%38]

$$(625 - 1250 b - 2416 b^2 + 2175 b^3) (15 625 c_{21} - 46 875 b c_{21} + 4600 b^2 c_{21} - 15 625 c_{23} + 49 375 b c_{23} - 7500 b^2 c_{23} + 15 625 u_{21}c - 31 250 b u_{21}c - 60 400 b^2 u_{21}c + 54 375 b^3 u_{21}c - 33 750 b u_{21}n + 116 875 b^2 u_{21}n - 56 811 b^3 u_{21}n + 13 125 b u_{22}c - 54 600 b^2 u_{22}c + 45 675 b^3 u_{22}c - 13 125 b u_{22}n + 52 500 b^2 u_{22}n - 43 239 b^3 u_{22}n) < 0$$

Factor[%39]

$$(625 - 1250b - 2416b^2 + 2175b^3) \\ (15625c^{21} - 46875bc^{21} + 4600b^2c^{21} - 15625c^{23} + 49375bc^{23} - \\ 7500b^2c^{23} + 15625u^{21}c - 31250bu^{21}c - 60400b^2u^{21}c + 54375b^3u^{21}c - \\ 33750bu^{21}n + 116875b^2u^{21}n - 56811b^3u^{21}n + 13125bu^{22}c - 54600b^2u^{22}c + \\ 45675b^3u^{22}c - 13125bu^{22}n + 52500b^2u^{22}n - 43239b^3u^{22}n) < 0$$

Se reordenan los términos de la última expresión, para poder obtener una condición cuya interpretación sea más sencilla:

$$c^{23} - c^{21} > u^{21}c + b * (3.16c^{23} - 3c^{21} - 2u^{21}c - 2.16u^{21}n + 0.84(u^{22}c - u^{22}n) + \\ b * (0.29c^{21} - 0.48c^{23} - 3.87u^{21}c - 7.48u^{21}n - 3.5u^{22}c + 3.36u^{22}n) + \\ b^2(3.48u^{21}c - 3.64u^{21}n + 2.92u^{22}c - 2.77u^{22}n))$$

$$v^{31}c + u^{32}c > v^{32}$$

$$u^{32}c + \frac{1}{1-3b} ((1-1.17007b)(-c^{31} + b(0.844289u^{32}c + 0.985641u^{33}c)) + \\ 1.17007b(-c^{31} + b(0.844289u^{32}n + 0.985641u^{33}n))) > \\ \frac{1}{1-3b} (-3b(-(1-1.17007b)(-c^{31} + b(0.844289u^{32}c + 0.985641u^{33}c)) - \\ 1.17007b(-c^{31} + b(0.844289u^{32}n + 0.985641u^{33}n)))) + \\ (1-3b)(-c^{32} + b(2.17007u^{32}n + 0.82993u^{33}n))$$

Factor[%34]

$$(10000c^{31} - 10000u^{32}c + 21600bu^{32}c + 9828b^2u^{32}c - 9828b^2u^{32}n - \\ 9900bu^{33}c + 11583b^2u^{33}c - 11583b^2u^{33}n) / (10000(-1+3b)) > \\ \frac{1}{10000(-1+3b)} (30000bc^{31} + 10000c^{32} - 30000bc^{32} - 25200b^2u^{32}c + \\ 29484b^3u^{32}c - 21700bu^{32}n + 65100b^2u^{32}n - 29484b^3u^{32}n - \\ 29700b^2u^{33}c + 34749b^3u^{33}c - 8300bu^{33}n + 24900b^2u^{33}n - 34749b^3u^{33}n)$$

FullSimplify[%49]

$$10000c^{32} + (10000 + 84(100 - 117b)b)u^{32}c + \\ b(28(-775 + 351b)u^{32}n + 100(99u^{33}c - 83u^{33}n) - 11583b(u^{33}c - u^{33}n)) > 10000c^{31}$$

Reordenando términos para poder expresar la condición III de un modo más sencillo para su interpretación, se tiene:

$$c^{32} - c^{31} > -u^{32}c + b \left(\frac{21}{25}u^{32}c - \frac{217}{100}u^{32}n + \right. \\ \left. \frac{99}{100}u^{33}c - \frac{83}{100}u^{33}n + b \left(\frac{98}{100}(u^{32}n - u^{32}c) + \frac{116}{100}(u^{33}n - u^{33}c) \right) \right)$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio :

$$v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

$$v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

$$v_{32} < u_{32c} + v_{31c}$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii^*c} > v_{ii^*n}$, también debe cumplirse :

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso II represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v_{13} > v_{12n}$$

$$v_{21} > v_{23n}$$

$$v_{32} < u_{32c} + v_{31c}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

```
caso2 = {v13 > v12n && v21 > v23n && v32 < u32c + v31c && u32c + v31c > v31n &&
  c13 > c12 > 0 && c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 && c23 > c12 > 0 &&
  c13 > c21 > 0 && c32 > c21 > 0 && c23 > c32 > 0 && c13 > c32 > 0 && c12 > c21 > 0 &&
  c12 > c31 > 0 && c32 > c21 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 &&
  u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0 }
```

A continuación, se evalúan las condiciones encontradas, para distintos valores que puede tomar la tasa de interés del mercado (para el período que va desde “t” a “t+1”). Dado que $\beta = \frac{1}{1+i}$; y que $b = \frac{\beta}{3}$, se analizarán los valores que toman las variables, asumiendo determinado valor para “b”, relacionado directamente con el valor de la tasa de interés que se está analizando.

Para empezar, se analiza que valores tomarían las variables si se asume $i = 50\%$, de modo que $b = 2/9$. (Se seleccionan valores para los costos de almacenamiento que cumplen con las condiciones antes mencionadas, a modo de simplificar los ejemplos).

```
ReplaceAll[caso2, {b -> 2 / 9, c12 -> 1., c13 -> 2.,
  c21 -> 0.4999999999999998, c23 -> 2.5, c31 -> 0.5000000000000004, c32 -> 1.5} ]
```

```
FindInstance[%46,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n} ]
```

```
{u11c -> 12.1383, u11n -> 13.1383, u13c -> 5.56916,
  u13n -> 11.1383, u21c -> 1., u21n -> 2., u22c -> 312.859, u22n -> 327.476,
  u32c -> 1.87176, u32n -> 5.35076, u33c -> 6.35076, u33n -> 7.35076}
```

Si la tasa de interés para el período comprendido entre “t” y “t + 1” fuese de un 10% ($i = 10\%$), β tomaría un valor de $10/11$, y $b = 10/33$, y se asume que los costos de almacenamiento no se modifican:

```
ReplaceAll[caso2, {b -> 10 / 33, c12 -> 1., c13 -> 2.,
  c21 -> 0.4999999999999998, c23 -> 2.5, c31 -> 0.5000000000000004, c32 -> 1.5} ]
```

```
FindInstance[%57,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n} ]
```

```
{u11c -> 9.78862, u11n -> 10.7886, u13c -> 4.39431,
  u13n -> 8.78862, u21c -> 1., u21n -> 2., u22c -> 48.6721, u22n -> 56.6457,
  u32c -> 0.554524, u32n -> 1.55452, u33c -> 2.55452, u33n -> 3.55452}
```

Si en vez de aumentar la tasa de interés disminuye, de forma tal de situarse en un valor de 2% por período, $i = 2\%$, $b = 50/153$, se tiene:

```
ReplaceAll[caso2, {b → 50 / 153, c12 → 1.`, c13 → 2.`,
  c21 → 0.49999999999999998`, c23 → 2.5`, c31 → 0.50000000000000004`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%59,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 9.32341, u11n → 10.3234, u13c → 4.1617,
  u13n → 8.32341, u21c → 1., u21n → 2., u22c → 18.6169, u22n → 24.6143,
  u32c → 0.598016, u32n → 1.59802, u33c → 2.59802, u33n → 3.59802}}
```

Si las tasas de interés son aún menores, en valores cercanos al 0.5% por período por ejemplo (y asumiendo que los costos de almacenamiento no se modifican), se tiene que:

```
ReplaceAll[caso2, {b → 200 / 603, c12 → 1.`, c13 → 2.`,
  c21 → 0.49999999999999998`, c23 → 2.5`, c31 → 0.50000000000000004`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%61,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 9.23645, u11n → 10.2364, u13c → 4.11822,
  u13n → 8.23645, u21c → 1., u21n → 2., u22c → 13.7016, u22n → 19.0383,
  u32c → 1.60694, u32n → 2.60694, u33c → 3.60694, u33n → 4.60694}}
```

```
Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]

Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso III: Los individuos tipo I y tipo III juegan siguiendo una estrategia fundamental, mientras que los individuos tipo II juegan siguiendo una estrategia especulativa.

A continuación, se procede a determinar las funciones de pago de cada uno de los tipos de individuos.

Individuos tipo I (Estrategia Fundamental)

```
v12c = -c12 + b (v12n + p21*(u11c + v12c) + (p23c + p23n)*(u13c + v12c) + (p31c + p31n)*u11n + (2 + p32) * u13n)
v12n = -c12 + b (v12n + p21*(u11n + v12c) + (p23c + p23n)*(u13n + v12c) + (p31c + p31n)*u11n + (2 + p32) * u13n)
v13 = -c13 + b (3*v12c + (p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)
```

Para que el individuo tipo I siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u13c + v12c; v13; v12n) = u13 + v12c$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v13 < u13c + v12c$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso III represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para $v12c$ y $v13$, en término de los niveles de utilidad y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -b * (1 + p32) & 1 - b * (1 + p31c + p31n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) \end{pmatrix}$$

Matriz de coeficientes para el individuo tipo I, caso III:

$$\text{MCC3I1} = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -b * (1 + p32) & 1 - b * (1 + p31c + p31n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{\{1 - b (1 + p31c + p31n), -b (1 + p32), 0\}, \\ \{-b (1 + p32), 1 - b (1 + p31c + p31n), 0\}, \{-3 b, 0, 1\}\}$$

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v12c, v12n y v13, se construyen las dos matrices restantes;

MCC3V12C =

$$\begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 1 - b * (1 + p31c + p31n) & 0 \\ -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c), -b (1 + p32), 0\}, \\ \{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 1 - b (1 + p31c + p31n), 0\}, \\ \{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 0, 1\}$$

MCC3V12N =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) & 0 \\ -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 0 \\ -3 * b & -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{\{1 - b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c), 0\}, \\ \{-b (1 + p32), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 0\}, \\ \{-3 b, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 1\}\}$$

$$\text{MCC3V13} = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) \\ -b * (1 + p32) & 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & 0 & -c13 + b * ((2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n) \end{pmatrix}$$

$$\{\{1 - b (1 + p31c + p31n), -b (1 + p32), \\ -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)\}, \{-b (1 + p32), \\ 1 - b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)\}, \\ \{-3 b, 0, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)\}\}$$

v12c = Det[MCC3V12C] / Det[MCC3I1]

$$\frac{((1 - b (1 + p31c + p31n)) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)) + \\ b (1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n))) / \\ ((1 - b (1 + p31c + p31n))^2 - b^2 (1 + p32)^2)}$$

v12n = Det[MCC3V12N] / Det[MCC3I1]

$$\frac{(b (1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)) + \\ (1 - b (1 + p31c + p31n)) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n))) / \\ ((1 - b (1 + p31c + p31n))^2 - b^2 (1 + p32)^2)}$$

v13 = Det[MCC3V13] / Det[MCC3I1]

$$\frac{1}{(1 - b (1 + p31c + p31n))^2 - b^2 (1 + p32)^2} \left(((1 - b (1 + p31c + p31n))^2 - b^2 (1 + p32)^2) \right. \\ \left. (-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)) - 3 b \right. \\ \left. (- (1 - b (1 + p31c + p31n)) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)) - \right. \\ \left. b (1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n))) \right)$$

$$v_{12c} + u_{13c} > v_{13}$$

$$u_{13c} + ((1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13c})) + b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n}))) / ((1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))^2 - b^2(1 + p_{32})^2) >$$

$$\frac{1}{(1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))^2 - b^2(1 + p_{32})^2} \left(((1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))^2 - b^2(1 + p_{32})^2) (-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n})) - 3b(- (1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13c})) - b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n}))) \right)$$

$$u_{13c} + ((1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13c})) + b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n}))) / ((1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))^2 - b^2(1 + p_{32})^2) >$$

$$\frac{1}{(1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))^2 - b^2(1 + p_{32})^2} \left(((1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))^2 - b^2(1 + p_{32})^2) (-c_{13} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (2 + p_{32})u_{13n})) - 3b(- (1 - b(1 + p_{31c} + p_{31n}))(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13c})) - b(1 + p_{32})(-c_{12} + b((p_{21} + p_{31c} + p_{31n})u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n})u_{13n}))) \right)$$

Que se cumpla esta desigualdad es una condición necesaria para que el caso III constituya una situación de equilibrio.

Individuos tipo II (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo II, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} v_{21} &= -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22c} + (2 + p_{13}) * u_{21n}) \\ v_{23c} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21c} + v_{23c})) + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c}) \\ v_{23n} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c})) + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c}) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo II siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{21c} + v_{23c}; v_{21}; v_{23n}) = u_{21c} + v_{23c}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso III represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{23c} y v_{21} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo II y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (1 + p12c + p12n) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v21 \\ v23c \\ v23n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v21}, {v23c}, {v23n}} {{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -b(1 + p13)}, {0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}
is Protected. >>

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso III, individuos tipo II, es:

$$MCC3I2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (1 + p12c + p12n) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -b(1 + p13)},
{0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v23c, v23n y v21, se construyen las dos matrices restantes;

$$MCC3V21 = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & -3 * b \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) & 1 - b * (1 + p12c + p12n) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & -b * (1 + p12c + p12n) \end{pmatrix}$$

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), -3 b, 0},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), 1 - b(1 + p12c + p12n),
-b(1 + p13)}, {-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n),
-b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}

MCC3V23C =

$$\begin{pmatrix} 1 & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & 0 \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

{{1, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), 0},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), -b(1 + p13)},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), 1 - b(1 + p13)}}

MCC3V23N =

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ 0 & 1 - b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{0, -b(1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

$$v_{21} = \text{Det}[\text{MCC3V21}] / \text{Det}[\text{MCC3I2}]$$

$$\frac{1}{1 - 2b - bp_{12c} - bp_{12n} - bp_{13}} \left((1 - b(1 + p_{13})) (3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n}))(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + b(1 + p_{13})(-b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n}))) \right)$$

$$v_{23c} = \text{Det}[\text{MCC3V23C}] / \text{Det}[\text{MCC3I2}]$$

$$\frac{1}{1 - 2b - bp_{12c} - bp_{12n} - bp_{13}} \left((1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + b(1 + p_{13})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})) \right) /$$

$$v_{23n} = \text{Det}[\text{MCC3V23N}] / \text{Det}[\text{MCC3I2}]$$

$$\frac{1}{1 - 2b - bp_{12c} - bp_{12n} - bp_{13}} \left(b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})) \right) /$$

$$v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

$$\frac{1}{1 - 2b - bp_{12c} - bp_{12n} - bp_{13}} \left((1 - b(1 + p_{13})) (3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n}))(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + b(1 + p_{13})(-b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n}))) \right) <$$

$$u_{21c} + \frac{1}{1 - 2b - bp_{12c} - bp_{12n} - bp_{13}} \left((1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + b(1 + p_{13})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})) \right) /$$

Que se cumpla esta desigualdad es condición necesaria para que el caso III constituya una situación de equilibrio.

Individuo tipo III (Estrategia fundamental)

$$\begin{aligned} v_{31c} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + v_{31c})) + p_{13} * (u_{33c} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + v_{31c}) \\ v_{31n} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + v_{31c})) + p_{13} * (u_{33n} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + v_{31c}) \\ v_{32} &= -c_{32} + b * (3 * v_{31c} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{21}) * u_{32n}) \end{aligned}$$

El individuo tipo III seguirá la estrategia fundamental siempre que el beneficio que obtenga por seguir esta estrategia sea superior al beneficio que obtendría de otra forma:

$$\text{Máx } (u_{32c} + v_{31c}; v_{32}; v_{31n}) = u_{32c} + v_{31c}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{32} < u_{32c} + v_{31c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso III represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{31c} y v_{32} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo III y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & 0 \\ 1 - b * (1 + p21) & -b * (1 + p23c + p23n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v31c \\ v31n \\ v32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{v31c}, {v31n}, {v32} {{1 - b(1 + p23c + p23n), -b(1 + p21), 0}, {1 - b(1 + p21), -b(1 + p23c + p23n), 0}, {-3 b, 0, 1}}
is Protected. >>

{{-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

Matriz de coeficientes del sistema, para el caso III, individuo tipo III es:

$$MCC3I3 = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & 0 \\ 1 - b * (1 + p21) & -b * (1 + p23c + p23n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b(1 + p23c + p23n), -b(1 + p21), 0},
{1 - b(1 + p21), -b(1 + p23c + p23n), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v31c, v31n y v32, se construyen las dos matrices restantes;

MCC3V31C =

$$\begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) & -b * (1 + p21) & 0 \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & -b * (1 + p23c + p23n) & 0 \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), -b(1 + p21), 0},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), -b(1 + p23c + p23n), 0},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1}}

MCC3V31N =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c + (p12c + p12n) * u32c) & 0 \\ 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 0 \\ -3 * b & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b(1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), 0},
{1 - b(1 + p21), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0},
{-3 b, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1}}

$$MCC3V32 = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u3 \\ 1 - b * (1 + p21) & -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u3 \\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u3 \end{pmatrix}$$

{{1 - b(1 + p23c + p23n), -b(1 + p21),
-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)}, {1 - b(1 + p21),
-b(1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-3 b, 0, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

v31c = Det[MCC3V31C] / Det[MCC3I3]

(-b(1 + p23c + p23n) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) +
b(1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))) /
(b(1 + p21) (1 - b(1 + p21)) - b(1 + p23c + p23n) (1 - b(1 + p23c + p23n)))

$$v_{31n} = \text{Det}[\text{MCC3V31N}] / \text{Det}[\text{MCC3I3}]$$

$$\frac{(- (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) + (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n})) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})))}{(b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n})))}$$

$$v_{32} = \text{Det}[\text{MCC3V32}] / \text{Det}[\text{MCC3I3}]$$

$$\frac{((b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - 3 b (b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) - b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))))}{(b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n})))}$$

La condición necesaria para que el caso III constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo III es:

$$v_{31c} + u_{32c} > v_{32}$$

$$\frac{u_{32c} + (-b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) + b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})))}{(b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n})))} > \frac{((b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - 3 b (b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) - b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))))}{(b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n})))}$$

Al igual que en los casos anteriores, esta desigualdad constituye una condición necesaria para que el caso III represente una situación de equilibrio.

Probabilidades

Los valores que toman las probabilidades, dadas las estrategias seguidas por los individuos, estarán determinados por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p_{12c} &= \\ p_{12c} &= (1/3) * (p_{21} + p_{23c} + p_{23n} + p_{31c} + p_{31n}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13} \\ p_{12n} &= p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{32}) \\ p_{13} &= 0 \\ p_{21} &= 0 \\ p_{23c} &= p_{23c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + 1) + p_{23n} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + 1) + p_{21} \\ p_{23n} &= p_{23c} * (1/3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1/3) * (1 + p_{13}) \\ p_{31c} &= p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32} \\ p_{31n} &= p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{21}) \\ p_{32} &= 0 \\ p_{12c} + p_{12n} + p_{13} &= 1 \\ p_{21} + p_{23c} + p_{23n} &= 1 \\ p_{31c} + p_{31n} + p_{32} &= 1 \end{aligned}$$

Se utiliza mathematica para determinar el valor que tomarán cada una de estas probabilidades.

$$\begin{aligned}
 p_{13} &= 0 \\
 p_{21} &= 0 \\
 p_{32} &= 0 \\
 p_{12c} + p_{12n} + p_{13} &= 1 \\
 p_{21} + p_{23c} + p_{23n} &= 1 \\
 p_{31c} + p_{31n} + p_{32} &= 1
 \end{aligned}$$

$$\text{Solve}[p_{12c} / p_{12n} = (1 + p_{31c} + p_{31n}) / (1 + p_{32}), p_{12c} + p_{12n} = 1, \{p_{12c}, p_{12n}\}]$$

p12c

$$\frac{2}{3}$$

p12n

$$\frac{1}{3}$$

$$\text{Solve}[p_{23c} / p_{23n} = (1 + p_{12c} + p_{12n}) / (1 + p_{13}), p_{23c} + p_{23n} + p_{21} = 1, \{p_{23c}, p_{23n}\}]$$

p23c

$$\frac{2}{3}$$

p23n

$$\frac{1}{3}$$

$$\text{Solve}[p_{31c} / p_{31n} = (1 + p_{23c} + p_{23n}) / (1 + p_{21}), p_{31c} + p_{31n} + p_{32} = 1, \{p_{31c}, p_{31n}\}]$$

Solve::ivar: $\frac{2}{3}$ is not a valid variable. >>

$$\text{Solve}[\text{True}, \text{True}, \left\{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right\}]$$

p31c

$$\frac{2}{3}$$

p31n

$$\frac{1}{3}$$

De esta forma, las probabilidades de que cada uno de los individuos se encuentre en una situación determinada, dadas las estrategias llevadas a cabo por cada tipo de individuo, son:

$p_{12c} = 2 / 3$
 $p_{12n} = 1 / 3$
 $p_{13} = 0$
 $p_{21} = 0$
 $p_{23c} = 2 / 3$
 $p_{23n} = 1 / 3$
 $p_{31c} = 2 / 3$
 $p_{31n} = 1 / 3$
 $p_{32} = 0$

Las condiciones necesarias para que el caso III represente una condición de equilibrio, pueden ahora ser expresadas de manera simplificada:

Análisis del cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

■ Individuo tipo I

$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$

$$u_{13c} + \frac{1}{(1-2b)^2 - b^2} ((1-2b)(-c_{12} + b(u_{11c} + u_{13c})) + b(-c_{12} + b(u_{11n} + u_{13n}))) >$$

$$\frac{1}{(1-2b)^2 - b^2} (b(-c_{12} + b(u_{11c} + u_{13c})) + (1-2b)(-c_{12} + b(u_{11n} + u_{13n})))$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, FullSimplify[%41]]

$b u_{11c} + u_{13c} > b (u_{11n} + u_{13n})$

Collect[%42, b]

$b u_{11c} + u_{13c} > b (u_{11n} + u_{13n})$

El supuesto realizado, para el caso de los individuos tipo I, se puede escribir de la siguiente manera:

$$u_{13c} > b * (u_{11n} - u_{11c} + u_{13n})$$

■ Individuo tipo II

$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$

$$u_{21c} + \frac{1}{1-3b} ((1-b)(-c_{23} + b(u_{21c} + u_{22c})) + b(-c_{23} + b(u_{21n} + u_{22n}))) >$$

$$\frac{1}{1-3b} (2b(-c_{23} + b(u_{21c} + u_{22c})) + (1-2b)(-c_{23} + b(u_{21n} + u_{22n})))$$

Assuming[1 / 3 > b > 0, FullSimplify[%44]]

$(1+b) u_{21c} > b (u_{21n} - u_{22c} + u_{22n})$

Collect[%45, b]

$u_{21c} + b u_{21c} > b (u_{21n} - u_{22c} + u_{22n})$

$$u_{21c} > b * ((u_{21n} - u_{21c}) + (u_{22n} - u_{22c}))$$

■ Individuo tipo III

$$u32c + v31c > v31n$$

$$u32c + \frac{(-2b(-c31 + b(u32c + u33c)) + b(-c31 + b(u32n + u33n)))}{(-2(1-2b)b + (1-b)b)} > \frac{-(1-b)(-c31 + b(u32c + u33c)) + (1-2b)(-c31 + b(u32n + u33n))}{(-2(1-2b)b + (1-b)b)}$$

Assuming[1/3 > b > 0, FullSimplify[%47]]

$$u32n + u33n > u33c$$

$$u33n - u33c > u32n$$

$$v12c + u13c > v13$$

$$u13c + \frac{1}{(1-2b)^2 - b^2} ((1-2b)(-c12 + b(u11c + u13c)) + b(-c12 + b(u11n + u13n))) > \frac{1}{(1-2b)^2 - b^2} (((1-2b)^2 - b^2)(-c13 + b(u11n + 2u13n)) - 3b(-(1-2b)(-c12 + b(u11c + u13c)) - b(-c12 + b(u11n + u13n))))$$

Factor[%31]

$$\frac{(-c12 + b c12 + b u11c - 2 b^2 u11c + b^2 u11n + u13c - 3 b u13c + b^2 u13c + b^2 u13n)}{((-1+b)(-1+3b))} > \frac{(-3 b c12 + 3 b^2 c12 - c13 + 4 b c13 - 3 b^2 c13 + 3 b^2 u11c - 6 b^3 u11c + b u11n - 4 b^2 u11n + 6 b^3 u11n + 3 b^2 u13c - 6 b^3 u13c + 2 b u13n - 8 b^2 u13n + 9 b^3 u13n)}{((-1+b)(-1+3b))}$$

FullSimplify[%34, Assumptions → b < 1/3]

$$(-1+b)c12 + c13 + u13c + b(u11c + 2b u11n + 3b u13n) > b(c13 + u11n + 2b(u11c + u13c) + 2u13n)$$

Assuming[{b < 1/3}, Factor[%35]]

$$-c12 + b c12 + c13 + b u11c + 2 b^2 u11n + u13c + 3 b^2 u13n > b(c13 + 2 b u11c + u11n + 2 b u13c + 2 u13n)$$

Para facilitar la interpretación, la condición puede escribirse de la siguiente manera:

$$c13 - c12 > -u13c + b * ((c13 - c12) + (u11n - u11c) + 2 u13n + b * ((u11c - 2 u11n) + (u13c - 3 u13n)))$$

$$v21 < u21c + v23c$$

$$\frac{1}{1-3b} ((1-b)(3b(-c23 + b(u21c + u22c)) + (1-2b)(-c21 + b(2u21n + u22n))) + b(3b(-c23 + b(u21n + u22n)) - 2b(-c21 + b(2u21n + u22n)))) < u21c + \frac{1}{1-3b} ((1-b)(-c23 + b(u21c + u22c)) + b(-c23 + b(u21n + u22n)))$$

Assuming[{b < 1 / 3}, Factor[%32]]

$$\frac{1}{-1+3b} \left(c_{21} - 3b c_{21} + 3b c_{23} - 3b^2 u_{21c} + 3b^3 u_{21c} - 2b u_{21n} + 6b^2 u_{21n} - 3b^3 u_{21n} - 3b^2 u_{22c} + 3b^3 u_{22c} - b u_{22n} + 3b^2 u_{22n} - 3b^3 u_{22n} \right) <$$

$$\frac{1}{-1+3b} \left(c_{23} - u_{21c} + 2b u_{21c} + b^2 u_{21c} - b^2 u_{21n} - b u_{22c} + b^2 u_{22c} - b^2 u_{22n} \right)$$

FullSimplify[%39]

$$c_{23} + b (2 u_{21n} + b (u_{21c} + u_{22c}) + u_{22n}) < c_{21} + (1 + b) u_{21c} + b (u_{22c} + b (u_{21n} + u_{22n}))$$

Esta condición puede expresarse también de la siguiente manera, a modo de simplificar su interpretación posterior:

$$c_{23} - c_{21} < u_{21c} + b * ((u_{21c} - 2 u_{21n}) + (u_{22c} - u_{22n}) + b * ((u_{22n} - u_{22c}) + (u_{21n} - u_{21c})))$$

$$v_{31c} + u_{32c} > v_{32}$$

$$u_{32c} + \frac{(-2b(-c_{31} + b(u_{32c} + u_{33c})) + b(-c_{31} + b(u_{32n} + u_{33n})))}{(-2(1-2b)b + (1-b)b)} >$$

$$\frac{(-2(1-2b)b + (1-b)b)(-c_{32} + b(2u_{32n} + u_{33n})) - 3b(2b(-c_{31} + b(u_{32c} + u_{33c})) - b(-c_{31} + b(u_{32n} + u_{33n})))}{(-2(1-2b)b + (1-b)b)}$$

Assuming[{b < 1 / 3}, Factor[%33]]

$$\frac{c_{31} - u_{32c} + b u_{32c} + b u_{32n} - 2b u_{33c} + b u_{33n}}{-1+3b} > \frac{1}{-1+3b}$$

$$(3b c_{31} + c_{32} - 3b c_{32} - 6b^2 u_{32c} - 2b u_{32n} + 9b^2 u_{32n} - 6b^2 u_{33c} - b u_{33n} + 6b^2 u_{33n})$$

FullSimplify[%41]

$$c_{32} + u_{32c} + 2b u_{32c} + 2b u_{33c} > c_{31} + 3b u_{32n} + 2b u_{33n}$$

$$c_{32} - c_{31} > -u_{32c} + b * ((3 u_{32n} - 2 u_{32c}) + 2 (u_{33n} - u_{33c}))$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio :

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

$$v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

$$v_{32} < u_{32c} + v_{31c}$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii}^*c > v_{ii}^*n$, también debe cumplirse :

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso III represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

```

u13c + v12c > v12n
v21 < u21c + v23c
u21c + v23c > v23n
v32 < u32c + v31c
u32c + v31c > v31n

```

```

caso3 = {u13c > b * (u11n - u11c + u13n) && u21c > b * ((u21n - u21c) + (u22n - u22c)) &&
  u33n - u33c > u32n && c13 - c12 > -u13c + b * ((c13 - c12) + (u11n - u11c) +
    2 u13n + b * ((u11c - 2 u11n) + (u13c - 3 u13n))) && c23 - c21 <
    u21c + b * ((u21c - 2 u21n) + (u22c - u22n) + b * ((u22n - u22c) + (u21n - u21c))) &&
  c32 - c31 > -u32c + b * ((3 u32n - 2 u32c) + 2 (u33n - u33c)) && c13 > c12 > 0 &&
  c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 && c23 > c12 > 0 && c13 > c21 > 0 &&
  c32 > c21 > 0 && c23 > c32 > 0 && c13 > c32 > 0 && c12 > c21 > 0 &&
  c12 > c31 > 0 && c32 > c21 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 &&
  u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}

```

```

{u13c > b (-u11c + u11n + u13n) &&
  u21c > b (-u21c + u21n - u22c + u22n) && -u33c + u33n > u32n && -c12 + c13 >
  -u13c + b (-c12 + c13 - u11c + u11n + b (u11c - 2 u11n + u13c - 3 u13n) + 2 u13n) &&
  -c21 + c23 < u21c + b (u21c - 2 u21n + u22c - u22n + b (-u21c + u21n - u22c + u22n)) &&
  -c31 + c32 > -u32c + b (-2 u32c + 3 u32n + 2 (-u33c + u33n)) && c13 > c12 > 0 &&
  c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 && c23 > c12 > 0 && c13 > c21 > 0 &&
  c32 > c21 > 0 && c23 > c32 > 0 && c13 > c32 > 0 && c12 > c21 > 0 &&
  c12 > c31 > 0 && c32 > c21 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 &&
  u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}

```

A continuación, se evalúan las condiciones encontradas, para distintos valores que puede tomar la tasa de interés del mercado (para el período que va desde “t” a “t+1”). Dado que $\beta = \frac{1}{1+i}$; y que $b = \frac{\beta}{3}$, se analizarán los valores que toman las variables, asumiendo determinado valor para “b”, relacionado directamente con el valor de la tasa de interés que se está analizando.

Para empezar, se analiza que valores tomarían las variables si se asume $i = 50\%$, de modo que $b = 2/9$. (Se toman los valores indicados para los costos de almacenamiento, ya que fueron calculados con anterioridad, y cumplen con las condiciones expresadas anteriormente).

```

ReplaceAll[caso3,
  {b → 2 / 9, c12 → 1., c13 → 2., c21 → 0.5, c23 → 2.5, c31 → 0.5, c32 → 1.5}]
FindInstance[%43,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]

```

```

{{u11c → 15.522, u11n → 16.522, u13c → 3.56044,
  u13n → 14.522, u21c → 3.31746, u21n → 4.31746, u22c → 5.31746,
  u22n → 6.31746, u32c → 0.25, u32n → 0.5, u33c → 1.5, u33n → 2.5}}

```

Si la tasa de interés para el período comprendido entre “t” y “t + 1” fuese de un 10% ($i = 10\%$), β tomaría un valor de 10/11, y $b = 10/33$, y se asume que los costos de almacenamiento no se modifican:

```

ReplaceAll[caso3,
  {b → 10 / 33, c12 → 1., c13 → 2., c21 → 0.5, c23 → 2.5, c31 → 0.5, c32 → 1.5}]

```

```
FindInstance[%45,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 2.91304, u11n → 3.91304, u13c → 0.913043,
 u13n → 1.91304, u21c → 3.91173, u21n → 4.91173, u22c → 5.91173,
 u22n → 6.91173, u32c → 0.268868, u32n → 0.5, u33c → 1.5, u33n → 2.5}}
```

Si en vez de aumentar la tasa de interés disminuye, de forma tal de situarse en un valor de 2% por período, $i = 2\%$, $b = 50/153$, se tiene:

```
ReplaceAll[caso3,
  {b → 50 / 153, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%47,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 2.98058, u11n → 3.98058, u13c → 0.980583,
 u13n → 1.98058, u21c → 4.10997, u21n → 5.10997, u22c → 6.10997,
 u22n → 7.10997, u32c → 0.293478, u32n → 0.5, u33c → 1.5, u33n → 2.5}}
```

Si las tasas de interés son aún menores, en valores cercanos al 0.5% por período por ejemplo (y asumiendo que los costos de almacenamiento no se modifican), se tiene que:

```
ReplaceAll[caso3,
  {b → 200 / 603, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%49,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 1.49628, u11n → 2.49628, u13c → 0.496278,
 u13n → 0.496278, u21c → 4.15219, u21n → 5.15219, u22c → 6.15219,
 u22n → 7.15219, u32c → 0.298355, u32n → 0.5, u33c → 1.5, u33n → 2.5}}
```

```
In[1]:= Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]
```

```
In[2]:= Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso IV: Los individuos tipo I y tipo II juegan la estrategia fundamental, y los individuos tipo III juegan la estrategia especulativa.

Se procede a escribir las funciones de valor de cada uno de los tipos de individuos, para cada una de las situaciones que puedan enfrentar. Luego, se utiliza la Regla de Cramer para obtener expresiones que permitan determinar las condiciones necesarias para que el caso IV sea un equilibrio, en término de niveles de utilidad.

Individuo tipo I (Estrategia fundamental)

$$\begin{aligned}
 v12c &= -c12 + b * (v12n + p21 * (u22c + v12c) + \\
 &\quad (p23c + p23n) * (u13c + v12c) + (p31c + p31n) * (u22c + v12c) + p32 * v12n) \\
 v12n &= -c12 + b * (v12n + p21 * (u22n + v12c) + (p23c + p23n) * (u13n + v12c) + \\
 &\quad (p31c + p31n) * (u22n + v12c) + p32 * v12n) \\
 v13 &= -c13 + b * (3 * v12c + (2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n)
 \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo I que consumió el período anterior, decida jugar la estrategia fundamental, esto es almacenar el bien con menor costo de almacenamiento siempre que sea posible, debe darse que:

$$\text{Máx } (v12n, v13, u13c + v12c) = u13c + v12c.$$

A continuación, se procede a escribir el sistema de ecuaciones que representa las funciones de valor del individuo tipo I, en forma matricial. Una vez realizado, se obtendrá mediante la utilización de la Regla de Cramer, una expresión para $v12c$, $v12n$ y otra para $v13$, en término de los niveles de utilidad del individuo tipo I. De esta forma, podrá determinarse la condición necesaria que deberá cumplirse en el caso del individuo tipo I, para que el caso IV represente una situación de equilibrio.

$$\text{In[3]:=} \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ 1 - b * (1 + p32) & -b * (1 + p31c + p31n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v12c}, {v12n}, {v13}} {{1 - b(1 + p31c + p31n), -b(1 + p32), 0}, {1 - b(1 + p32), -b(1 + p31c + p31n), 0}, {-3 b, 0, 1}}
is Protected. >>

Out[3]= {{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

La matriz de coeficientes del caso IV para el individuo tipo I es:

$$\text{In[4]:=} \text{MCC4I1} = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ 1 - b * (1 + p32) & -b * (1 + p31c + p31n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[4]= {{1 - b (1 + p31c + p31n), -b (1 + p32), 0},
{1 - b (1 + p32), -b (1 + p31c + p31n), 0}, {-3 b, 0, 1}}

In[5]:= MCC4V12C =

$$\begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & -b * (1 + p31c + p31n) & 0 \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[5]= {{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c), -b (1 + p32), 0},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), -b (1 + p31c + p31n), 0},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 0, 1}}

In[6]:= MCC4V12N =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) & 0 \\ 1 - b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 0 \\ -3 * b & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 1 \end{pmatrix}$$

Out[6]= {{1 - b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c), 0},
{1 - b (1 + p32), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 0},
{-3 b, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 1}}

$$\text{In[7]:=} \text{MCC4V13} = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u1 \\ 1 - b * (1 + p32) & -b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u1 \\ -3 * b & 0 & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u1$$

Out[7]= {{1 - b (1 + p31c + p31n), -b (1 + p32),
-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)}, {1 - b (1 + p32),
-b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-3 b, 0, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

In[8]:= v12c = Det[MCC4V12C] / Det[MCC4I1]

Out[8]= (-b (1 + p31c + p31n) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)) +
b (1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n))) /
(-b (1 + p31c + p31n) (1 - b (1 + p31c + p31n)) + b (1 + p32) (1 - b (1 + p32)))

In[9]:= $v_{12n} = \text{Det}[\text{MCC4V12N}] / \text{Det}[\text{MCC4I1}]$

Out[9]= $(- (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13c})) +$
 $(1 - b (1 + p_{31c} + p_{31n})) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) /$
 $(-b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (1 - b (1 + p_{31c} + p_{31n})) + b (1 + p_{32}) (1 - b (1 + p_{32})))$

In[10]:= $v_{13} = \text{Det}[\text{MCC4V13}] / \text{Det}[\text{MCC4I1}]$

Out[10]= $((-b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (1 - b (1 + p_{31c} + p_{31n})) + b (1 + p_{32}) (1 - b (1 + p_{32})))$
 $(-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n})) -$
 $3 b (b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13c})) -$
 $b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) /$
 $(-b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (1 - b (1 + p_{31c} + p_{31n})) + b (1 + p_{32}) (1 - b (1 + p_{32})))$

In[11]:=

$v_{12c} + u_{13c} > v_{13}$

Out[11]= $u_{13c} + (-b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13c})) +$
 $b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) /$
 $(-b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (1 - b (1 + p_{31c} + p_{31n})) + b (1 + p_{32}) (1 - b (1 + p_{32}))) >$
 $((-b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (1 - b (1 + p_{31c} + p_{31n})) + b (1 + p_{32}) (1 - b (1 + p_{32})))$
 $(-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n})) -$
 $3 b (b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13c})) -$
 $b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) /$
 $(-b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (1 - b (1 + p_{31c} + p_{31n})) + b (1 + p_{32}) (1 - b (1 + p_{32})))$

De esta forma queda determinada la primera condición para que el caso IV represente un equilibrio estable.

Individuo tipo II (Estrategia fundamental)

$$\begin{aligned} v_{21} &= -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} + (2 + p_{13}) u_{21n}) \\ v_{23c} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{12c}) + \\ &\quad p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * v_{21} + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \\ v_{23n} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{12c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + \\ &\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo II que consumió el período anterior, decida jugar la estrategia fundamental, esto es almacenar el bien con menor costo de almacenamiento siempre que sea posible, debe darse que:

$$\text{Máx } (v_{23n}, v_{21}, u_{21c} + v_{23c}) = v_{21}$$

A continuación, se procede a escribir el sistema de ecuaciones que representa las funciones de valor del individuo tipo II, en forma matricial. Una vez realizado, se obtendrá mediante la utilización de la Regla de Cramer, una expresión para v_{23c} y otra para v_{21} , en término de los niveles de utilidad del individuo. De esta forma, podrá determinarse la condición necesaria que deberá cumplirse en el caso del individuo tipo II, para que el caso IV represente una situación de equilibrio.

$$\text{In[12]:=} \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (p12c + p12n + p32) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v21 \\ v23c \\ v23n \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v21}, {v23c}, {v23n}} {{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(p12c + p12n + p32), -b(1 + p13)}, {0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}
is Protected. >>

Out[12]= {{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)}, {-c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

La matriz de coeficientes del caso IV para el individuo tipo II es:

$$\text{In[13]:=} \text{MCC4I2} = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (p12c + p12n + p32) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

Out[13]= {{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b (p12c + p12n + p32), -b (1 + p13)},
{0, -b (1 + p12c + p12n), 1 - b (1 + p13)}}

Las otras matrices necesarias para poder despejar v12c, v12n y v13 son:

In[14]=

$$\text{MCC4V21} = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & -3 * b \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) & 1 - b * (p12c + p12n + p32) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & -b * (1 + p12c + p12n) \end{pmatrix}$$

MCC4V23C =

$$\begin{pmatrix} 1 & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & 0 \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

Out[14]= {{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), -3 b, 0},
{-c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c, 1 - b (p12c + p12n + p32), -b (1 + p13)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n),
-b (1 + p12c + p12n), 1 - b (1 + p13)}}

Out[15]= {{1, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), 0},
{0, -c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c, -b (1 + p13)},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), 1 - b (1 + p13)}}

$$\text{In[16]:=} \text{MCC4V23N} = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ 0 & 1 - b * (p12c + p12n + p32) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

Out[16]= {{1, -3 b, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{0, 1 - b (p12c + p12n + p32), -c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c},
{0, -b (1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

$$\text{In[17]}:= \mathbf{v21 = Det[MCC4V21] / Det[MCC4I2]}$$

$$\mathbf{v23c = Det[MCC4V23C] / Det[MCC4I2]}$$

$$\mathbf{v23n = Det[MCC4V23N] / Det[MCC4I2]}$$

$$\text{Out[17]}= \left((1 - b(1 + p13)) (3b(-c23 + b(p12c + p12n + p32)u22c) + (1 - b(p12c + p12n + p32))(-c21 + b((2 + p13)u21n + (p12c + p12n)u22n))) + b(1 + p13)(-b(1 + p12c + p12n)(-c21 + b((2 + p13)u21n + (p12c + p12n)u22n))) + 3b(-c23 + b((p31c + p31n)u21n + (p12c + p12n + p32)u22n))) \right) / (1 - b - b^2 - b p12c - b p12n - b p13 - b^2 p13 - b p32 + b^2 p32 + b^2 p13 p32)$$

$$\text{Out[18]}= \left((1 - b(1 + p13))(-c23 + b(p12c + p12n + p32)u22c) + b(1 + p13)(-c23 + b((p31c + p31n)u21n + (p12c + p12n + p32)u22n)) \right) / (1 - b - b^2 - b p12c - b p12n - b p13 - b^2 p13 - b p32 + b^2 p32 + b^2 p13 p32)$$

$$\text{Out[19]}= (b(1 + p12c + p12n)(-c23 + b(p12c + p12n + p32)u22c) + (1 - b(p12c + p12n + p32))(-c23 + b((p31c + p31n)u21n + (p12c + p12n + p32)u22n))) / (1 - b - b^2 - b p12c - b p12n - b p13 - b^2 p13 - b p32 + b^2 p32 + b^2 p13 p32)$$

$$\mathbf{v21 > u21c + v23c}$$

$$\left(-c21 + 2.17b c21 + 0.83b^2 c21 - 3b c23 + 2b u21n - 4.34b^2 u21n + 0.86b^3 u21n + 3.51b^2 u22c - 3.51b^3 u22c + 1. b u22n - 2.17b^2 u22n + 2.68b^3 u22n \right) / (1 - 2.17b - 0.83b^2) > u21c + \left(-c23 + 0.84b^2 u21n + 1.17b u22c - 1.17b^2 u22c + 1.17b^2 u22n \right) / (1 - 2.17b - 0.83b^2)$$

De esta forma queda determinada la segunda condición para que el caso IV represente una situación de equilibrio.

Individuo tipo III (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo III, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} \mathbf{v31c} &= -c31 + b * ((p12c + p12n) * v32 + p13 * (u33c + v31c) + p21 * v31n + (p23c + p23n) * (u33c + v31c) + v31n) \\ \mathbf{v31n} &= -c31 + b * ((p12c + p12n) * (u32n + v31c) * p13 * (u33n + v31c) + p21 * v31n + (p23c + p23n) * (u33n + v31c) + v31n) \\ \mathbf{v32} &= -c32 + b * (3 * v31c + (p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) u32n) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo III siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u32c + v31c; v32; v31n) = v32$$

$$\text{O, lo que es equivalente } \mathbf{v32 > u32c + v31c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para $v31c$ y $v32$, en término de los niveles de utilidad del individuo tipo III y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\text{In[20]:=} \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v31c \\ v31n \\ v32 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

Set::write : Tag Times in

{{v31c}, {v31n}, {v32}} {{1 - b(p13 + p23c + p23n), -b(1 + p21), -b(p12c + p12n)}, {-b(1 + p23c + p23n), 1 - b(1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>

Out[20]= {{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso IV, individuos tipo III, es:

$$\text{In[21]:=} \text{MCC4I3} = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[21]= {{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)},
{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v31c, v31n y v32, se construyen las matrices restantes;

$$\text{In[22]:=} \text{MCC4V31C} = \begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[22]= {{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 1 - b (1 + p21), 0},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1}}

$$\text{In[23]:=} \text{MCC4V31N} = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

Out[23]= {{1 - b (p13 + p23c + p23n), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (p12c + p12n)},
{-b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0},
{-3 b, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1}}

$$\text{In[24]:=} \text{MCC4V32} = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

Out[24]= {{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c},
{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21),
-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-3 b, 0, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

$$\text{In[25]:=} \text{v31c} = \text{Det[MCC4V31C]} / \text{Det[MCC4I3]}$$

Out[25]= ((1 - b (1 + p21)) (-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c) +
b (p12c + p12n) (1 - b (1 + p21)) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) +
b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))) /
(1 - b - b² - 3 b² p12c + 3 b³ p12c - 3 b² p12n + 3 b³ p12n - b p13 + b² p13 - b p21 -
b² p21 + 3 b³ p12c p21 + 3 b³ p12n p21 + b² p13 p21 - b p23c - b p23n)

In[26]:= $v_{31n} = \text{Det}[\text{MCC4V31N}] / \text{Det}[\text{MCC4I3}]$

$$\text{Out[26]} = \frac{(b(1+p_{23c}+p_{23n})(-c_{31}+b(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33c}) + (1-b(p_{13}+p_{23c}+p_{23n}))(-c_{31}+b((p_{12c}+p_{12n})u_{32n}+(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33n})) - b(p_{12c}+p_{12n})(-b(1+p_{23c}+p_{23n})(-c_{32}+b((2+p_{21})u_{32n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))) + 3b(-c_{31}+b((p_{12c}+p_{12n})u_{32n}+(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))))}{(1-b-b^2-3b^2p_{12c}+3b^3p_{12c}-3b^2p_{12n}+3b^3p_{12n}-bp_{13}+b^2p_{13}-bp_{21}-b^2p_{21}+3b^3p_{12c}p_{21}+3b^3p_{12n}p_{21}+b^2p_{13}p_{21}-bp_{23c}-bp_{23n})}$$

In[27]:= $v_{32} = \text{Det}[\text{MCC4V32}] / \text{Det}[\text{MCC4I3}]$

$$\text{Out[27]} = \frac{((1-b-b^2-bp_{13}+b^2p_{13}-bp_{21}-b^2p_{21}+b^2p_{13}p_{21}-bp_{23c}-bp_{23n})(-c_{32}+b((2+p_{21})u_{32n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))-3b(-(1-b(1+p_{21}))(-c_{31}+b(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33c}))-b(1+p_{21})(-c_{31}+b((p_{12c}+p_{12n})u_{32n}+(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))))}{(1-b-b^2-3b^2p_{12c}+3b^3p_{12c}-3b^2p_{12n}+3b^3p_{12n}-bp_{13}+b^2p_{13}-bp_{21}-b^2p_{21}+3b^3p_{12c}p_{21}+3b^3p_{12n}p_{21}+b^2p_{13}p_{21}-bp_{23c}-bp_{23n})}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo III es:

In[28]:=

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

$$\text{Out[28]} = \frac{((1-b-b^2-bp_{13}+b^2p_{13}-bp_{21}-b^2p_{21}+b^2p_{13}p_{21}-bp_{23c}-bp_{23n})(-c_{32}+b((2+p_{21})u_{32n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))-3b(-(1-b(1+p_{21}))(-c_{31}+b(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33c}))-b(1+p_{21})(-c_{31}+b((p_{12c}+p_{12n})u_{32n}+(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))))}{(1-b-b^2-3b^2p_{12c}+3b^3p_{12c}-3b^2p_{12n}+3b^3p_{12n}-bp_{13}+b^2p_{13}-bp_{21}-b^2p_{21}+3b^3p_{12c}p_{21}+3b^3p_{12n}p_{21}+b^2p_{13}p_{21}-bp_{23c}-bp_{23n})} > u_{32c} + ((1-b(1+p_{21}))(-c_{31}+b(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33c}))+b(p_{12c}+p_{12n})(1-b(1+p_{21}))(-c_{32}+b((2+p_{21})u_{32n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))) + b(1+p_{21})(-c_{31}+b((p_{12c}+p_{12n})u_{32n}+(p_{13}+p_{23c}+p_{23n})u_{33n}))) / ((1-b-b^2-3b^2p_{12c}+3b^3p_{12c}-3b^2p_{12n}+3b^3p_{12n}-bp_{13}+b^2p_{13}-bp_{21}-b^2p_{21}+3b^3p_{12c}p_{21}+3b^3p_{12n}p_{21}+b^2p_{13}p_{21}-bp_{23c}-bp_{23n}))$$

Probabilidades

Las probabilidades involucradas en el caso, estarán determinadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p_{12c} &= p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13} \\ p_{12n} &= p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1 + p_{32}) \\ p_{13} &= 0 \\ p_{21} &= p_{23c} * (1/3) * (p_{31c} + p_{31n}) \\ p_{23c} &= p_{23c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) + p_{12n} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + 1) + p_{21} \\ p_{23n} &= p_{23c} * (1/3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1/3) * (1 + p_{13}) \\ p_{31c} &= p_{1c} * (1/3) * (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32} \\ p_{31n} &= p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{21}) + p_{23n} * (1/3) * (1 + p_{21}) \\ p_{32} &= p_{31c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n}) \end{aligned}$$

$$p12c / p12n == (1 + p31c + p31n) / (1 + p32) /. {{p32 \to p31c / 3}}$$

$$\left\{ \frac{p12c}{p12n} == \frac{1 + p31c + p31n}{1 + \frac{p31c}{3}} \right\}$$

$$p23c / p23n == (1 + p12c + p12n) / (1 + p13) /. {{p13 \to 0, p12c + p12n \to 1}}$$

$$\left\{ \frac{p23c}{p23n} == 2 \right\}$$

$$p31c / p31n == (1 + p23c + p23n) / (1 + p21) /. {{p21 \to p23c / 3 * (p31c + p31n)}}$$

$$\left\{ \frac{p31c}{p31n} == \frac{1 + p23c + p23n}{1 + \frac{1}{3} p23c (p31c + p31n)} \right\}$$

$$\text{Solve} \left[\left\{ \frac{p12c}{p12n} == \frac{1 + p31c + p31n}{1 + \frac{p31c}{3}}, \frac{p23c}{p23n} == 2, \frac{p31c}{p31n} == \frac{1 + p23c + p23n}{1 + \frac{1}{3} p23c (p31c + p31n)}, \right. \right.$$

$$\left. p23c + p23n + p23c / 3 * (p31c + p31n) == 1, (4 / 3) * p31c + p31n == 1, p12c + p12n == 1 \right\},$$

$$\{p12c, p12n, p23c, p23n, p31c, p31n\}]$$

$$\left\{ \left\{ p12c \to \frac{1}{120} (-41 + 9 \sqrt{161}), p12n \to \frac{1}{120} (161 - 9 \sqrt{161}), p23c \to \frac{1}{3} (-11 + \sqrt{161}), \right. \right.$$

$$\left. p23n \to \frac{1}{6} (-11 + \sqrt{161}), p31c \to \frac{3}{40} (121 - 9 \sqrt{161}), p31n \to \frac{3}{10} (-37 + 3 \sqrt{161}) \right\},$$

$$\left\{ \left\{ p12c \to \frac{1}{120} (-41 - 9 \sqrt{161}), p12n \to \frac{1}{120} (161 + 9 \sqrt{161}), p23c \to \frac{1}{3} (-11 - \sqrt{161}), \right. \right.$$

$$\left. p23n \to \frac{1}{6} (-11 - \sqrt{161}), p31c \to \frac{3}{40} (121 + 9 \sqrt{161}), p31n \to \frac{3}{10} (-37 - 3 \sqrt{161}) \right\} \}$$

N[%31]

$$\{ \{ p12c \to 0.609977, p12n \to 0.390023, p23c \to 0.562859, p23n \to 0.28143, \\ p31c \to 0.51021, p31n \to 0.31972 \}, \{ p12c \to -1.29331, p12n \to 2.29331, \\ p23c \to -7.89619, p23n \to -3.9481, p31c \to 17.6398, p31n \to -22.5197 \} \}$$

$$p21 = p23c / 3 * (p31c + p31n) /. {{p23c \to 0.56285918014984`, \\ p31c \to 0.5102101601965742`, p31n \to 0.31971978640456766`}}$$

$$\{0.155711\}$$

$$p32 = p31c / 3 /. {{p31c \to 0.5102101601965742`}}$$

$$\{0.17007\}$$

Dado que los números hacen referencia a valores que expresan una probabilidad, se toma como válido el primer conjunto de valores mostrado por *Mathematica*.

```
In[29]:= p12c = 0.6099766488670473`
p12n = 0.39002335113295267`
p23c = 0.56285918014984`
p23n = 0.28142959007492`
p31c = 0.5102101601965742`
p31n = 0.31971978640456766`
p13 = 0
p21 = p23c / 3 * (p31c + p31n) /. {{p23c -> 0.56285918014984`,
p31c -> 0.5102101601965742`, p31n -> 0.31971978640456766`}}
p32 = p31c / 3 /. {{p31c -> 0.5102101601965742`}}
```

De manera aproximada, las probabilidades pueden expresarse tal como se muestra a continuación:

```
In[60]:= p12c =  $\frac{61}{100}$ 
p12n =  $\frac{39}{100}$ 
p13 = 0
p21 = 0  $\frac{4}{25}$ 
p23c =  $\frac{14}{25}$ 
p23n =  $\frac{7}{25}$ 
p31c =  $\frac{51}{100}$ 
p31n =  $\frac{8}{25}$ 
p32 =  $\frac{17}{100}$ 
```

Cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

Para trabajar con las funciones de valor de los individuos, se supuso que $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$. En este apartado, se define lo que este supuesto va a implicar para cada uno de los jugadores.

- Individuo tipo I

```
In[69]:= u13c + v12c > v12n
```

```
Out[69]= 
$$u_{13c} + \left( -\frac{183}{100} b \left( -c_{12} + b \left( \frac{83 u_{11c}}{100} + \frac{21 u_{13c}}{25} \right) \right) + \frac{117}{100} b \left( -c_{12} + b \left( \frac{83 u_{11n}}{100} + \frac{21 u_{13n}}{25} \right) \right) \right) /$$


$$\left( -\frac{183}{100} \left( 1 - \frac{183 b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left( 1 - \frac{117 b}{100} \right) b \right) >$$


$$\left( -\left( 1 - \frac{117 b}{100} \right) \left( -c_{12} + b \left( \frac{83 u_{11c}}{100} + \frac{21 u_{13c}}{25} \right) \right) + \right.$$


$$\left. \left( 1 - \frac{183 b}{100} \right) \left( -c_{12} + b \left( \frac{83 u_{11n}}{100} + \frac{21 u_{13n}}{25} \right) \right) \right) / \left( -\frac{183}{100} \left( 1 - \frac{183 b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left( 1 - \frac{117 b}{100} \right) b \right)$$

```

In[70]:= **Assuming**[1/3 > b > 0, **Factor**[%69]]

$$\text{Out[70]} = \frac{(2200 c_{12} - 5063 b u_{11c} + 3237 b u_{11n} - 2200 u_{13c} + 1476 b u_{13c} + 3276 b u_{13n}) / (2200 (-1 + 3 b)) > (6600 c_{12} - 8300 u_{11c} + 9711 b u_{11c} + 8300 u_{11n} - 15189 b u_{11n} - 8400 u_{13c} + 9828 b u_{13c} + 8400 u_{13n} - 15372 b u_{13n}) / (6600 (-1 + 3 b))$$

In[71]:= **Reduce**[(2200 c₁₂ - 5063 b u_{11c} + 3237 b u_{11n} - 2200 u_{13c} + 1476 b u_{13c} + 3276 b u_{13n}) / (2200 (-1 + 3 b)) > (6600 c₁₂ - 8300 u_{11c} + 9711 b u_{11c} + 8300 u_{11n} - 15189 b u_{11n} - 8400 u_{13c} + 9828 b u_{13c} + 8400 u_{13n} - 15372 b u_{13n}) / (6600 (-1 + 3 b))]

$$\text{Out[71]} = c_{12} \in \text{Reals} \ \&\& \ (b \mid u_{11n} \mid u_{13c} \mid u_{13n}) \in \text{Reals} \ \&\& \ u_{11c} < \frac{1}{83} (83 u_{11n} - 18 u_{13c} + 84 u_{13n})$$

■ Individuo tipo II

$$\text{In[72]} := u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$\text{Out[72]} = u_{21c} + \frac{(1-b) \left(-c_{23} + \frac{117 b u_{22c}}{100}\right) + b \left(-c_{23} + b \left(\frac{83 u_{21n}}{100} + \frac{117 u_{22n}}{100}\right)\right)}{1 - \frac{217 b}{100} - \frac{83 b^2}{100}} > \frac{1}{1 - \frac{217 b}{100} - \frac{83 b^2}{100}}$$

$$\left(2 b \left(-c_{23} + \frac{117 b u_{22c}}{100}\right) + \left(1 - \frac{117 b}{100}\right) \left(-c_{23} + b \left(\frac{83 u_{21n}}{100} + \frac{117 u_{22n}}{100}\right)\right)\right)$$

In[73]:= **Assuming**[1/3 > b > 0, **FullSimplify**[%72]]

$$\text{Out[73]} = 10000 u_{21c} + 100 b (83 c_{23} - 217 u_{21c} - 83 u_{21n} + 117 (u_{22c} - u_{22n})) + b^2 (-8300 u_{21c} + 18011 u_{21n} - 35100 u_{22c} + 25389 u_{22n}) > 0$$

■ Individuo tipo III

$$\text{In[74]} := u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

$$\text{Out[74]} = u_{32c} + \left((1-b) \left(-c_{31} + \frac{21 b u_{33c}}{25}\right) + b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{21 u_{33n}}{25}\right)\right) + (1-b) b \left(-c_{32} + b \left(2 u_{32n} + \frac{21 u_{33n}}{25}\right)\right) \right) / \left(1 - \frac{46 b}{25} - 4 b^2 + 3 b^3\right) > \left(\frac{46}{25} b \left(-c_{31} + \frac{21 b u_{33c}}{25}\right) - b \left(3 b \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{21 u_{33n}}{25}\right)\right) - \frac{46}{25} b \left(-c_{32} + b \left(2 u_{32n} + \frac{21 u_{33n}}{25}\right)\right) \right) + \left(1 - \frac{21 b}{25}\right) \left(-c_{31} + b \left(u_{32n} + \frac{21 u_{33n}}{25}\right)\right) \right) / \left(1 - \frac{46 b}{25} - 4 b^2 + 3 b^3\right)$$

In[75]:= **Assuming**[1/3 > b > 0, **FullSimplify**[%74]]

$$\text{Out[75]} = 625 u_{32c} + b (625 (1 - 3 b) c_{31} - 25 (25 c_{32} + 46 u_{32c} + 25 u_{32n} - 21 u_{33c} + 21 u_{33n}) + b (1775 c_{32} + 625 (-4 + 3 b) u_{32c} + 25 (96 - 67 b) u_{32n} - 1491 (u_{33c} - u_{33n}) + 84 b u_{33n})) > 0$$

Condiciones necesarias para que el caso IV represente una situación de equilibrio.

A continuación, se vuelven a escribir las condiciones necesarias para que el caso II represente una

situación de equilibrio, realizando los remplazos de los valores que toman las probabilidades:

In[76]=

$$v12c + u13c > v13$$

$$\begin{aligned} \text{Out[76]= } & u13c + \left(-\frac{183}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11c}{100} + \frac{21 u13c}{25} \right) \right) + \frac{117}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{21 u13n}{25} \right) \right) \right) / \\ & \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183 b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117 b}{100} \right) b \right) > \\ & \left(-3 b \left(\frac{183}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11c}{100} + \frac{21 u13c}{25} \right) \right) - \frac{117}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{21 u13n}{25} \right) \right) \right) \right) + \\ & \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183 b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117 b}{100} \right) b \right) \left(-c13 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{217 u13n}{100} \right) \right) / \\ & \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183 b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117 b}{100} \right) b \right) \end{aligned}$$

In[77]= **Assuming[{b < 1 / 3}, FullSimplify[%76]]**

$$\text{Out[77]= } 2200 c13 + 2200 u13c + 61 b (83 u11c - 83 u11n + 84 u13c) > 2200 c12 + 8050 b u13n$$

In[78]=

$$v21 > u21c + v23c$$

$$\begin{aligned} \text{Out[78]= } & \frac{1}{1 - \frac{217 b}{100} - \frac{83 b^2}{100}} \left((1 - b) \left(3 b \left(-c23 + \frac{117 b u22c}{100} \right) + \left(1 - \frac{117 b}{100} \right) (-c21 + b (2 u21n + u22n)) \right) + \right. \\ & \left. b \left(-2 b (-c21 + b (2 u21n + u22n)) + 3 b \left(-c23 + b \left(\frac{83 u21n}{100} + \frac{117 u22n}{100} \right) \right) \right) \right) > \\ & u21c + \frac{(1 - b) \left(-c23 + \frac{117 b u22c}{100} \right) + b \left(-c23 + b \left(\frac{83 u21n}{100} + \frac{117 u22n}{100} \right) \right)}{1 - \frac{217 b}{100} - \frac{83 b^2}{100}} \end{aligned}$$

In[79]= **Assuming[{b < 1 / 3}, FullSimplify[%78]]**

$$\begin{aligned} \text{Out[79]= } & (-100 + b (217 + 83 b)) ((-100 + b (217 + 83 b)) c21 + 100 (c23 - u21c) + \\ & b (-300 c23 + (217 + 83 b) u21c + (200 + b (-517 + 83 b)) u21n - \\ & 117 (-1 + b) (-1 + 3 b) u22c + 2 (-1 + 2 b) (-50 + 67 b) u22n) < 0 \end{aligned}$$

In[80]=

$$v32 > u32c + v31c$$

$$\begin{aligned} \text{Out[80]= } & \left(-3 b \left(- (1 - b) \left(-c31 + \frac{21 b u33c}{25} \right) - b \left(-c31 + b \left(u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) \right) + \right. \\ & \left. \left(1 - \frac{46 b}{25} - b^2 \right) \left(-c32 + b \left(2 u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) \right) / \left(1 - \frac{46 b}{25} - 4 b^2 + 3 b^3 \right) > \\ & u32c + \left((1 - b) \left(-c31 + \frac{21 b u33c}{25} \right) + b \left(-c31 + b \left(u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) + \right. \\ & \left. (1 - b) b \left(-c32 + b \left(2 u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) \right) / \left(1 - \frac{46 b}{25} - 4 b^2 + 3 b^3 \right) \end{aligned}$$

In[81]= **Assuming[{b < 1 / 3}, FullSimplify[%80]]**

$$\begin{aligned} \text{Out[81]= } & (25 + b (-46 + 25 b (-4 + 3 b))) (25 (25 (-1 + 3 b) c31 + 25 (c32 + u32c) + \\ & b (-71 c32 + (-46 + 25 b (-4 + 3 b)) u32c + (-50 + (167 - 75 b) b) u32n + \\ & 21 (-1 + b) (-1 + 3 b) u33c) - 21 b (25 - 96 b + 75 b^2) u33n) < 0 \end{aligned}$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio :

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

$$v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii^*c} > v_{ii^*n}$, también debe cumplirse :

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso IV represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$v_{21} > v_{23n}$$

$$v_{32} > v_{31n}$$

In[82]= caso4 =

{v13 < u13c + v12c && u13c + v12c > v12n && v21 > v23n && v32 > v31n && c13 > c12 > 0 && c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 && u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}

$$\text{Out[82]= } \left\{ \left(-3b \left(\frac{183}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11c}{100} + \frac{21 u13c}{25} \right) \right) - \frac{117}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{21 u13n}{25} \right) \right) \right) + \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117b}{100} \right) b \right) \left(-c13 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{217 u13n}{100} \right) \right) \right) / \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117b}{100} \right) b \right) < u13c + \left(-\frac{183}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11c}{100} + \frac{21 u13c}{25} \right) \right) + \frac{117}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{21 u13n}{25} \right) \right) \right) / \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117b}{100} \right) b \right) \&\& u13c + \left(-\frac{183}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11c}{100} + \frac{21 u13c}{25} \right) \right) + \frac{117}{100} b \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{21 u13n}{25} \right) \right) \right) / \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117b}{100} \right) b \right) > \left(-\left(1 - \frac{117b}{100} \right) \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11c}{100} + \frac{21 u13c}{25} \right) \right) + \left(1 - \frac{183b}{100} \right) \left(-c12 + b \left(\frac{83 u11n}{100} + \frac{21 u13n}{25} \right) \right) \right) / \left(-\frac{183}{100} \left(1 - \frac{183b}{100} \right) b + \frac{117}{100} \left(1 - \frac{117b}{100} \right) b \right) \&\& \frac{1}{1 - \frac{217b}{100} - \frac{83b^2}{100}} \left((1-b) \left(3b \left(-c23 + \frac{117b u22c}{100} \right) + \left(1 - \frac{117b}{100} \right) (-c21 + b(2u21n + u22n)) \right) + b \left(-2b(-c21 + b(2u21n + u22n)) + 3b \left(-c23 + b \left(\frac{83 u21n}{100} + \frac{117 u22n}{100} \right) \right) \right) > \frac{1}{1 - \frac{217b}{100} - \frac{83b^2}{100}} \left(2b \left(-c23 + \frac{117b u22c}{100} \right) + \left(1 - \frac{117b}{100} \right) \left(-c23 + b \left(\frac{83 u21n}{100} + \frac{117 u22n}{100} \right) \right) \right) \&\& \left(-3b \left(-(1-b) \left(-c31 + \frac{21b u33c}{25} \right) - b \left(-c31 + b \left(u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) \right) + \left(1 - \frac{46b}{25} - b^2 \right) \left(-c32 + b \left(2u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) \right) / \left(1 - \frac{46b}{25} - 4b^2 + 3b^3 \right) > \left(\frac{46b}{25} b \left(-c31 + \frac{21b u33c}{25} \right) - b \left(3b \left(-c31 + b \left(u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) - \frac{46b}{25} b \left(-c32 + b \left(2u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) \right) + \left(1 - \frac{21b}{25} \right) \left(-c31 + b \left(u32n + \frac{21 u33n}{25} \right) \right) / \left(1 - \frac{46b}{25} - 4b^2 + 3b^3 \right) \&\& c13 > c12 > 0 \&\& c23 > c21 > 0 \&\& c32 > c31 > 0 \&\& \frac{1}{3} > b > 0 \&\& u33n > u33c > u32n > u32c > 0 \&\& u22n > u22c > u21n > u21c > 0 \&\& u11n > u11c > u13n > u13c > 0 \}$$

In[83]= FindInstance[%82, {b, c12, c13, c21, c23, c31, c32, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]

$$\text{Out[83]= } \left\{ \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{b} \rightarrow \frac{3}{512}, \mathbf{c12} \rightarrow \frac{1}{2}, \mathbf{c13} \rightarrow 1, \mathbf{c21} \rightarrow 11, \mathbf{c23} \rightarrow \frac{11\,265}{1024}, \mathbf{c31} \rightarrow \frac{1}{2048}, \mathbf{c32} \rightarrow \frac{1}{1024}, \\ \mathbf{u11c} \rightarrow \frac{257}{256}, \mathbf{u11n} \rightarrow \frac{3}{2}, \mathbf{u13c} \rightarrow \frac{1}{32}, \mathbf{u13n} \rightarrow 1, \mathbf{u21c} \rightarrow \frac{1}{32}, \mathbf{u21n} \rightarrow \frac{1}{16}, \\ \mathbf{u22c} \rightarrow \frac{1}{8}, \mathbf{u22n} \rightarrow 1, \mathbf{u32c} \rightarrow \frac{257}{2048}, \mathbf{u32n} \rightarrow \frac{257}{1024}, \mathbf{u33c} \rightarrow \frac{1}{2}, \mathbf{u33n} \rightarrow 1 \end{array} \right\} \right\}$$

```
Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]

Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso V: Los individuos tipo I y tipo II siguen una estrategia especulativa y los individuos tipo III siguen la estrategia fundamental.

Se procede a identificar las funciones de valor para cada uno de los tipos de individuos, así como también las condiciones que deberán cumplirse para que el caso V represente una situación de equilibrio.

Individuo tipo I (Estrategia especulativa)

$$\begin{aligned}
 v_{12c} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{23c} + p_{23n}) * v_{13} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{12n} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11n} + v_{12n}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13n} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11n} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{13} &= -c_{13} + b * (3 * v_{12c} + (2 + p_{32}) * u_{13n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{11n})
 \end{aligned}$$

Para que los individuos tipo I decidan jugar la estrategia especulativa, dado que los individuos tipo II siguen la misma estrategia y los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental, el pago que reciben por jugar esta estrategia, debería ser superior al que obtendrían de otra forma, de modo que:

$$\text{Máx } (v_{12n}; v_{13}; u_{13c} + v_{12c}) = v_{13} ;$$

$$\text{o lo que es equivalente } v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

Para poder realizar esta comparación, se buscarán expresiones para v_{13} y v_{12c} en términos de los niveles de utilidad del individuo tipo I, utilizando para ello Regla de Cramer.

Si se escriben las funciones de valor como un sistema de ecuaciones expresado en forma matricial, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -c13 + b * ((2 + p32) * u11n + (p31c + p31n) * u13n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v12c}, {v12n}, {v13}} {{1 - b(p21 + p31c + p31n), -b(1 + p32), -b(p23c + p23n)}, {-b(1 + p31c + p31n), 1 - b(1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-c13 + b ((2 + p32) u11n + (p31c + p31n) u13n)}}

La matriz de coeficientes, para el caso 5, individuos tipo I, es:

$$MCC5I1 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Se construyen las matrices restantes para poder despejar v12c, v12n y v13:

$$MCC5V12C = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -c13 + b * ((2 + p32) * u11n + (p31c + p31n) * u13n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 1 - b (1 + p32), 0},
{-c13 + b ((2 + p32) u11n + (p31c + p31n) u13n), 0, 1}}

$$MCC5V12N = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & -c13 + b * ((2 + p32) * u11n + (p31c + p31n) * u13n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (p23c + p23n)},
{-b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 0},
{-3 b, -c13 + b ((2 + p32) u11n + (p31c + p31n) u13n), 1}}

$$MCC5V13 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & 0 & -c13 + b * ((2 + p32) * u11n + (p31c + p31n) * u13n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32),
-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-3 b, 0, -c13 + b ((2 + p32) u11n + (p31c + p31n) u13n)}}

v12c = Det[MCC5V12C] / Det[MCC5I1]

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p32)) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c) + \\ & b (1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)) + \\ & b (p23c + p23n) (1 - b (1 + p32)) (-c13 + b ((2 + p32) u11n + (p31c + p31n) u13n))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p21 + b^2 p21 - 3 b^2 p23c + 3 b^3 p23c - 3 b^2 p23n + 3 b^3 p23n - \\ & b p31c - b p31n - b p32 - b^2 p32 + b^2 p21 p32 + 3 b^3 p23c p32 + 3 b^3 p23n p32) \end{aligned}$$

$$v_{12n} = \text{Det}[\text{MCC5V12N}] / \text{Det}[\text{MCC5I1}]$$

$$\begin{aligned} & (b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) + \\ & (1 - b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n})) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) - \\ & b (p_{23c} + p_{23n}) (3 b (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) - \\ & b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (-c_{13} + b ((2 + p_{32}) u_{11n} + (p_{31c} + p_{31n}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

$$v_{13} = \text{Det}[\text{MCC5V13}] / \text{Det}[\text{MCC5I1}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \\ & (-c_{13} + b ((2 + p_{32}) u_{11n} + (p_{31c} + p_{31n}) u_{13n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) - \\ & b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

Como se mencionó anteriormente, la condición necesaria para que el caso V represente una situación de equilibrio en el caso de los individuos de tipo I es:

$$v_{13} > v_{12c} + u_{13c}$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \\ & (-c_{13} + b ((2 + p_{32}) u_{11n} + (p_{31c} + p_{31n}) u_{13n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) - \\ & b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) > \\ & u_{13c} + ((1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) + \\ & b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) + \\ & b (p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{13} + b ((2 + p_{32}) u_{11n} + (p_{31c} + p_{31n}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - \\ & b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

La expresión así determinada, es la primera condición que deberá cumplirse para que el caso bajo análisis resulte un equilibrio.

Individuo tipo II (Estrategia especulativa)

$$\begin{aligned} v_{21} &= -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} + (2 + p_{13}) * u_{21n}) \\ v_{23c} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{23c}) + \\ & p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21c} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \\ v_{23n} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + \\ & (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22n} + v_{23c})) \end{aligned}$$

Para que los individuos tipo II decidan jugar la estrategia especulativa, dado que los individuos tipo I siguen la misma estrategia y los individuos tipo III juegan la estrategia fundamental, el pago que reciben por jugar esta estrategia, debería ser superior al que obtendrían de otra forma, de modo que:

$$\text{Máx } (v_{21}; v_{23n}; u_{21c} + v_{23c}) = u_{21c} + v_{23c};$$

o lo que es equivalente $u_{21}c + v_{23}c > v_{21}$

Para poder realizar esta comparación, se buscarán expresiones para v_{21} y $v_{23}c$ en términos de los niveles de utilidad del individuo tipo II, utilizando para ello Regla de Cramer.

Si se escriben las funciones de valor como un sistema de ecuaciones expresado en forma matricial, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (p_{12}c + p_{12}n + 1) & -b * (1 + p_{13}) \\ 0 & -b * (p_{12}c + p_{12}n + 1) & 1 - b * (1 + p_{13}) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{23}c \\ v_{23}n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{21} + b * ((p_{12}c + p_{12}n) * u_{22}n + (2 + p_{13}) * u_{21}n) \\ -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}c + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}c) \\ -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}n + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}n) \end{pmatrix}$$

Set::write : Tag Times in

```
{v21}, {v23c}, {v23n} {{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -b(1 + p13)}, {0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}
is Protected. >>
```

```
{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}
```

La matriz de coeficientes, para el caso 5, individuos tipo II, es:

$$MCC5I2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (p_{12}c + p_{12}n + 1) & -b * (1 + p_{13}) \\ 0 & -b * (p_{12}c + p_{12}n + 1) & 1 - b * (1 + p_{13}) \end{pmatrix}$$

```
{{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -b(1 + p13)},
{0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}
```

Las otras matrices necesarias para poder aplicar Regla de Cramer, y así obtener v_{21} , $v_{23}c$ y $v_{23}n$ son:

$$MCC5V21 = \begin{pmatrix} -c_{21} + b * ((p_{12}c + p_{12}n) * u_{22}n + (2 + p_{13}) * u_{21}n) & -3 * b \\ -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}c + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}c) & 1 - b * (p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) \\ -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}n + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}n) & -b * (p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) \end{pmatrix}$$

$MCC5V23C =$

$$\begin{pmatrix} 1 & -c_{21} + b * ((p_{12}c + p_{12}n) * u_{22}n + (2 + p_{13}) * u_{21}n) & 0 \\ 0 & -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}c + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}c) & -b * (1 + p_{13}) \\ 0 & -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}n + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}n) & 1 - b * (1 + p_{13}) \end{pmatrix}$$

$MCC5V23N =$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & -c_{21} + b * ((p_{12}c + p_{12}n) * u_{22}n + (2 + p_{13}) * u_{21}n) \\ 0 & 1 - b * (p_{12}c + p_{12}n + 1) & -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}c + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}c) \\ 0 & -b * (p_{12}c + p_{12}n + 1) & -c_{23} + b * ((p_{12}c + p_{12}n + p_{32}) * u_{22}n + (p_{31}c + p_{31}n) * u_{21}n) \end{pmatrix}$$

```
{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), -3 b, 0},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), 1 - b(1 + p12c + p12n),
-b(1 + p13)}, {-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n),
-b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}
```

```
{{1, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), 0},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), -b(1 + p13)},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), 1 - b(1 + p13)}}
```

```
{{1, -3 b, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{0, -b(1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}
```

$$v_{21} = \text{Det}[MCC5V21] / \text{Det}[MCC5I2]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b(1 + p_{13})) (3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + \\ & (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n})) (-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + \\ & b(1 + p_{13}) (-b(1 + p_{12c} + p_{12n}) (-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + \\ & 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n}))) / \\ & (1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13}) \end{aligned}$$

$$v_{23c} = \text{Det}[MCC5V23C] / \text{Det}[MCC5I2]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b(1 + p_{13})) (-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + \\ & b(1 + p_{13}) (-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n}))) / \\ & (1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13}) \end{aligned}$$

$$v_{23n} = \text{Det}[MCC5V23N] / \text{Det}[MCC5I2]$$

$$\begin{aligned} & (b(1 + p_{12c} + p_{12n}) (-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + \\ & (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n})) (-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n}))) / \\ & (1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13}) \end{aligned}$$

Condición necesaria para que el caso V represente una situación de equilibrio en el caso de los individuos de tipo II es :

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{21}$$

$$\begin{aligned} & u_{21c} + ((1 - b(1 + p_{13})) (-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + \\ & b(1 + p_{13}) (-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n}))) / \\ & (1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13}) > \\ & ((1 - b(1 + p_{13})) (3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + \\ & (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n})) (-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + \\ & b(1 + p_{13}) (-b(1 + p_{12c} + p_{12n}) (-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + \\ & 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))) / \\ & (1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13}) \end{aligned}$$

Individuo tipo III (estrategia fundamental)

$$\begin{aligned} v_{31c} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32c} + v_{31c})) + \\ & p_{13} * (u_{33c} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + v_{31c}) + v_{31n} \\ v_{31n} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + v_{31c})) + p_{13} * (u_{33n} + v_{31c}) + \\ & p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + v_{31c}) + v_{31n} \\ v_{32} &= -c_{32} + b * (3 * v_{31c} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{32}) * u_{32n}) \end{aligned}$$

Para que los individuos tipo III decidan jugar la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los tipos I y II, el pago que reciben por jugar esta estrategia, debería ser superior al que obtendrían de otra forma, de modo que:

$$\text{Máx}(v_{31n}; u_{32c} + v_{31c}, v_{32}) = u_{32c} + v_{31c};$$

$$\text{o lo que es equivalente } u_{32c} + v_{31c} > v_{32}$$

Para poder realizar esta comparación, se buscarán expresiones para v_{31c} y v_{32} en términos de los niveles de utilidad del individuo tipo III, utilizando para ello Regla de Cramer.

Si se escriben las funciones de valor como un sistema de ecuaciones expresado en forma matricial, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & 0 \\ 1 - b * (1 + p21) & -b * (1 + p23c + p23n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v31c \\ v31n \\ v32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32c + (p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32n + (p13 + p23c + p23n) * u33n) \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p32) * u32n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v31c}, {v31n}, {v32}} {{1 - b(1 + p23c + p23n), -b(1 + p21), 0}, {1 - b(1 + p21), -b(1 + p23c + p23n), 0}, {-3 b, 0, 1}}
is Protected. >>

{{-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-c32 + b ((2 + p32) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

La matriz de coeficientes, para el caso 5, individuos tipo III, es:

$$MCC5I3 = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & 0 \\ 1 - b * (1 + p21) & -b * (1 + p23c + p23n) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (1 + p23c + p23n), -b (1 + p21), 0},
{1 - b (1 + p21), -b (1 + p23c + p23n), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Se contruyen las otras matrices necesarias para despejar v31c, v31n y v32:

MCC5V31C =

$$\begin{pmatrix} -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32c + (p13 + p23c + p23n) * u33c) & -b * (1 + p21) & 0 \\ -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32n + (p13 + p23c + p23n) * u33n) & -b * (1 + p23c + p23n) & 0 \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p32) * u32n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

MCC5V31N =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32c + (p13 + p23c + p23n) * u33c) & 0 \\ 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32n + (p13 + p23c + p23n) * u33n) & 0 \\ -3 * b & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p32) * u32n) & 1 \end{pmatrix}$$

$$MCC5V32 = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32c + (\\ 1 - b * (1 + p21) & -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p12c + p12n) * u32n + (\\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p32) * u32n) \end{pmatrix}$$

{{-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), -b (1 + p21), 0},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), -b (1 + p23c + p23n), 0},
{-c32 + b ((2 + p32) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1}}

{{1 - b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c), 0},
{1 - b (1 + p21), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0},
{-3 b, -c32 + b ((2 + p32) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1}}

{{1 - b (1 + p23c + p23n), -b (1 + p21),
-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)}, {1 - b (1 + p21),
-b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-3 b, 0, -c32 + b ((2 + p32) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

v31c = Det[MCC5V31C] / Det[MCC5I3]

(-b (1 + p23c + p23n) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32c + (p13 + p23c + p23n) u33c)) +
b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))) /
(b (1 + p21) (1 - b (1 + p21)) - b (1 + p23c + p23n) (1 - b (1 + p23c + p23n)))

$$v_{31n} = \text{Det}[\text{MCC5V31N}] / \text{Det}[\text{MCC5I3}]$$

$$\begin{aligned} & (- (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) + \\ & (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n})) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) \end{aligned}$$

$$v_{32} = \text{Det}[\text{MCC5V32}] / \text{Det}[\text{MCC5I3}]$$

$$\begin{aligned} & ((b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) \\ & (-c_{32} + b ((2 + p_{32}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & 3 b (b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) - \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) \end{aligned}$$

Condición necesaria para que el caso V represente una situación de equilibrio en el caso de los individuos de tipo III es :

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{32}$$

$$\begin{aligned} & u_{32c} + (-b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) + \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) > \\ & ((b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) \\ & (-c_{32} + b ((2 + p_{32}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & 3 b (b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32c} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c})) - \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (b (1 + p_{21}) (1 - b (1 + p_{21})) - b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{23c} + p_{23n}))) \end{aligned}$$

Probabilidades

Los valores que toman las probabilidades de cada situación posible, dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos, para el caso III, estarán determinados por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p_{12c} &= p_{12c} * (1 / 3) * (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) + \\ & p_{12n} * (1 / 3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13} * (1 / 3) * 3 \\ p_{12n} &= p_{12c} * (1 / 3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1 / 3) * (1 + p_{32}) \\ p_{13} &= p_{12c} * (1 / 3) * (p_{23c} + p_{23n}) \\ p_{12c} + p_{12n} + p_{13} &= 1 \\ p_{21} &= 0 \\ p_{23c} &= p_{23c} * (1 / 3) * (1 + p_{12c} + p_{12n}) + p_{23n} * (1 / 3) * (1 + p_{12c} + p_{12n}) + p_{21} * (1 / 3) * 3 \\ p_{23n} &= p_{23c} * (1 / 3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1 / 3) * (1 + p_{13}) \\ p_{21} + p_{23c} + p_{23n} &= 1 \\ p_{31c} &= p_{31c} * (1 / 3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1 / 3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32} * (1 / 3) * 3 \\ p_{31n} &= p_{31c} * (1 / 3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1 + p_{21}) \\ p_{32} &= 0 \\ p_{31c} + p_{31n} + p_{32} &= 1 \end{aligned}$$

Si se evalúan tales expresiones con mathematica, se tiene:

$$p_{12c} / p_{12n} = (1 + p_{31c} + p_{31n}) / (1 + p_{32}) / . \{ \{p_{32} \rightarrow 0\} \}$$

Set::write : Tag Times in $\frac{p_{12c}}{p_{12n}}$ is Protected. >>

$$\{1 + p_{31c} + p_{31n}\}$$

$$p_{23c} / p_{23n} = (1 + p_{12c} + p_{12n}) / (1 + p_{13}) / . \{ \{p_{13} \rightarrow p_{12c} / 3 * (p_{23c} + p_{23n})\} \}$$

Set::write : Tag Times in $\frac{p_{23c}}{p_{23n}}$ is Protected. >>

$$\left\{ \frac{1 + p_{12c} + p_{12n}}{1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})} \right\}$$

$$p_{31c} / p_{31n} = (1 + p_{23c} + p_{23n}) / (1 + p_{21}) / . \{ \{p_{21} \rightarrow 0\} \}$$

Set::write : Tag Times in $\frac{p_{31c}}{p_{31n}}$ is Protected. >>

$$\{1 + p_{23c} + p_{23n}\}$$

$$\text{Solve} \left[\left\{ p_{12c} / p_{12n} == (1 + p_{31c} + p_{31n}), p_{23c} / p_{23n} == \frac{1 + p_{12c} + p_{12n}}{1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})}, \right. \right.$$

$$\left. p_{31c} / p_{31n} == (1 + p_{23c} + p_{23n}), p_{12c} + p_{12n} + p_{12c} * (1 / 3) * (p_{23c} + p_{23n}) == 1, \right. \\ \left. p_{23c} + p_{23n} == 1, p_{31c} + p_{31n} == 1 \right\}, \{p_{12c}, p_{12n}, p_{23c}, p_{23n}, p_{31c}, p_{31n}\}]$$

$$\left\{ \left\{ p_{12c} \rightarrow \frac{6}{11}, p_{12n} \rightarrow \frac{3}{11}, p_{23c} \rightarrow \frac{20}{33}, p_{23n} \rightarrow \frac{13}{33}, p_{31c} \rightarrow \frac{2}{3}, p_{31n} \rightarrow \frac{1}{3} \right\} \right\}$$

Quedan de esta forma determinados los valores que toman las probabilidades involucradas en este caso, tal como se muestra a continuación:

$$p_{12c} = 6 / 11$$

$$p_{12n} = 3 / 11$$

$$p_{13} = 2 / 11$$

$$p_{21} = 0$$

$$p_{23c} = 20 / 33$$

$$p_{23n} = 13 / 33$$

$$p_{31c} = 2 / 3$$

$$p_{31n} = 1 / 3$$

$$p_{32} = 0$$

Cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

Para trabajar con las funciones de valor de los individuos, se supuso que $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$. En este apartado, se define lo que este supuesto va a implicar para cada uno de los jugadores.

- Individuo tipo I

u13c + v12c > v12n

$$u13c + \frac{1}{1-2b-4b^2+3b^3} ((1-b)(-c12+bu11c) + b(-c12+b(u11n+u13n)) + (1-b)b(-c13+b(2u11n+u13n))) >$$

$$\frac{1}{1-2b-4b^2+3b^3} (2b(-c12+bu11c) + (1-b)(-c12+b(u11n+u13n)) - b(3b(-c12+b(u11n+u13n)) - 2b(-c13+b(2u11n+u13n))))$$

■ Individuo tipo II

u21c + v23c > v23n

$$u21c + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c23 + b \left(u21c + \frac{9u22c}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c23 + b \left(u21n + \frac{9u22n}{11} \right) \right) \right) >$$

$$\frac{1}{1-3b} \left(\frac{20}{11} b \left(-c23 + b \left(u21c + \frac{9u22c}{11} \right) \right) + \left(1 - \frac{20b}{11} \right) \left(-c23 + b \left(u21n + \frac{9u22n}{11} \right) \right) \right)$$

■ Individuo tipo III

u32c + v31c > v31n

$$u32c + \left(-2b \left(-c31 + b \left(\frac{9u32c}{11} + \frac{13u33c}{11} \right) \right) + b \left(-c31 + b \left(\frac{9u32n}{11} + \frac{13u33n}{11} \right) \right) \right) /$$

$$(-2(1-2b)b + (1-b)b) >$$

$$\left(-(1-b) \left(-c31 + b \left(\frac{9u32c}{11} + \frac{13u33c}{11} \right) \right) + (1-2b) \left(-c31 + b \left(\frac{9u32n}{11} + \frac{13u33n}{11} \right) \right) \right) /$$

$$(-2(1-2b)b + (1-b)b)$$

Condiciones necesarias para que el caso V represente una situación de equilibrio.

Si se analizan las condiciones de equilibrio anteriormente determinadas, reemplazando los valores de las probabilidades obtenidas:

v13 > v12c + u13c

$$\frac{1}{1-2b-4b^2+3b^3} \left((1-2b-b^2)(-c13+b(2u11n+u13n)) - 3b(-(1-b)(-c12+bu11c) - b(-c12+b(u11n+u13n))) \right) >$$

$$u13c + \frac{1}{1-2b-4b^2+3b^3} \left((1-b)(-c12+bu11c) + b(-c12+b(u11n+u13n)) + (1-b)b(-c13+b(2u11n+u13n)) \right)$$

Factor[%36]

$$\frac{1}{(-1+3b)(-1-b+b^2)} \left(-3bc_{12} - c_{13} + 2bc_{13} + b^2c_{13} + 3b^2u_{11c} - 3b^3u_{11c} + 2bu_{11n} - 4b^2u_{11n} + b^3u_{11n} + bu_{13n} - 2b^2u_{13n} + 2b^3u_{13n} \right) >$$

$$\frac{1}{(-1+3b)(-1-b+b^2)} \left(-c_{12} - bc_{13} + b^2c_{13} + bu_{11c} - b^2u_{11c} + 3b^2u_{11n} - 2b^3u_{11n} + u_{13c} - 2bu_{13c} - 4b^2u_{13c} + 3b^3u_{13c} + 2b^2u_{13n} - b^3u_{13n} \right)$$

FullSimplify[%39]

$$(-1 + (-1+b)b) (c_{12} - c_{13} - u_{13c} + b((-1+b)u_{11c} + 2u_{11n} - u_{13c} + u_{13n} - b(u_{11n} - u_{13c} + u_{13n}))) < 0$$

Dado que $(-1+(-1+b)b)$ es menor a cero, para valores de "b" ubicados en el intervalo $(0, 1/3)$, la condición necesaria para el caso V represente una situación de equilibrio, en el caso de los individuos tipo I, es:

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b * (2u_{11n} - u_{11c} + (u_{13n} - u_{13c}) + b * ((u_{11c} - u_{11n}) + (u_{13c} - u_{13n})))$$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{21}$$

$$u_{21c} + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c_{23} + b \left(u_{21c} + \frac{9u_{22c}}{11} \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c_{23} + b \left(u_{21n} + \frac{9u_{22n}}{11} \right) \right) \right) >$$

$$\frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(3b \left(-c_{23} + b \left(u_{21c} + \frac{9u_{22c}}{11} \right) \right) + \left(1 - \frac{20b}{11} \right) \left(-c_{21} + b \left(\frac{24u_{21n}}{11} + \frac{9u_{22n}}{11} \right) \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(3b \left(-c_{23} + b \left(u_{21n} + \frac{9u_{22n}}{11} \right) \right) - \frac{20}{11} b \left(-c_{21} + b \left(\frac{24u_{21n}}{11} + \frac{9u_{22n}}{11} \right) \right) \right) \right)$$

Factor[%37]

$$\frac{1}{121(-1+3b)} \left(121c_{23} - 121u_{21c} + 242bu_{21c} + 143b^2u_{21c} - 143b^2u_{21n} - 99bu_{22c} + 117b^2u_{22c} - 117b^2u_{22n} \right) > \frac{1}{121(-1+3b)}$$

$$\left(121c_{21} - 363bc_{21} + 363bc_{23} - 363b^2u_{21c} + 429b^3u_{21c} - 264bu_{21n} + 792b^2u_{21n} - 429b^3u_{21n} - 297b^2u_{22c} + 351b^3u_{22c} - 99bu_{22n} + 297b^2u_{22n} - 351b^3u_{22n} \right)$$

FullSimplify[%41]

$$121c_{21} + 11(11 + (11 - 13b)b)u_{21c} + b(11(-24 + 13b)u_{21n} - 9(-11 + 13b)(u_{22c} - u_{22n})) > 121c_{23}$$

Collect[%42, b]

$$121c_{21} + 121u_{21c} + b^2(-143u_{21c} + 143u_{21n} - 117(u_{22c} - u_{22n})) + b(121u_{21c} - 264u_{21n} + 99(u_{22c} - u_{22n})) > 121c_{23}$$

$$c_{23} - c_{21} < u_{21c} +$$

$$b * \left(u_{21c} - \frac{24}{11}u_{21n} + \frac{9}{11}(u_{22c} - u_{22n}) + b * \left(\frac{13}{11}(u_{21n} - u_{21c}) + \frac{117}{121}(u_{22n} - u_{22c}) \right) \right)$$

$$u32c + v31c > v32$$

$$u32c + \left(-2b \left(-c31 + b \left(\frac{9u32c}{11} + \frac{13u33c}{11} \right) \right) + b \left(-c31 + b \left(\frac{9u32n}{11} + \frac{13u33n}{11} \right) \right) \right) /$$

$$(-2(1-2b)b + (1-b)b) > \left((-2(1-2b)b + (1-b)b) (-c32 + b(2u32n + u33n)) - \right.$$

$$\left. 3b \left(2b \left(-c31 + b \left(\frac{9u32c}{11} + \frac{13u33c}{11} \right) \right) - b \left(-c31 + b \left(\frac{9u32n}{11} + \frac{13u33n}{11} \right) \right) \right) \right) /$$

$$(-2(1-2b)b + (1-b)b)$$

Factor[%38]

$$\frac{1}{11(-1+3b)} (11c31 - 11u32c + 15bu32c + 9bu32n - 26bu33c + 13bu33n) >$$

$$\frac{1}{11(-1+3b)} (33bc31 + 11c32 - 33bc32 - 54b^2u32c -$$

$$22bu32n + 93b^2u32n - 78b^2u33c - 11bu33n + 72b^2u33n)$$

FullSimplify[%49]

$$11c32 + 11u32c + 18bu32c + 26bu33c > 11c31 + 31bu32n + 24bu33n$$

Collect[%50, b]

$$11c32 + 11u32c + b(18u32c + 26u33c) > 11c31 + b(31u32n + 24u33n)$$

La condición puede expresarse de la siguiente manera, para facilitar su comprensión:

$$c32 - c31 > -u32c + b * \left(\frac{24}{11} u33n - \frac{26}{11} u33c + \frac{31}{11} u32n - \frac{18}{11} u32c \right)$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio :

$$v13 > u13c + v12c$$

$$v21 < u21c + v23c$$

$$v32 < u32c + v31c$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii}^*c > v_{ii}^*n$, también debe cumplirse :

$$u13c + v12c > v12n$$

$$u21c + v23c > v23n$$

$$u32c + v31c > v31n$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso V represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v13 > v12n$$

$$v21 < u21c + v23c$$

$$u21c + v23c > v23n$$

$$v32 < u32c + v31c$$

$$u32c + v31c > v31n$$

```
caso5 = {v13 > v12n && v21 < u21c + v23c && u21c + v23c > v23n && v32 < u32c + v31c &&
  u32c + v31c > v31n && c13 > c12 > 0 && c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 && c23 > c12 > 0 &&
  c13 > c21 > 0 && c32 > c21 > 0 && c23 > c32 > 0 && c13 > c32 > 0 && c12 > c21 > 0 &&
  c12 > c31 > 0 && c32 > c21 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 &&
  u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}
```

A continuación, se evalúan las condiciones encontradas, para distintos valores que puede tomar la tasa de interés del mercado (para el período que va desde “t” a “t+1”). Dado que $\beta = \frac{1}{1+i}$; y que $b = \frac{\beta}{3}$, se analizarán los valores que toman las variables, asumiendo determinado valor para “b”, relacionado directamente con el valor de la tasa de interés que se está analizando.

Para empezar, se analiza que valores tomarían las variables si se asume $i = 50\%$, de modo que $b = 2/9$.

```
ReplaceAll[caso5, {b → 2 / 9}]
```

```
FindInstance[%117, {c12, c13, c21, c23, c31, c32, u11c,
  u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{c12 → 1., c13 → 2., c21 → 0.815657, c23 → 1.18434,
  c31 → 0.5, c32 → 1., u11c → 1., u11n → 10.8889, u13c → 0.25,
  u13n → 0.5, u21c → 1., u21n → 1.21612, u22c → 2.21612, u22n → 3.59112,
  u32c → 1., u32n → 1.71121, u33c → 2.71121, u33n → 3.71121}}
```

Si la tasa de interés para el período comprendido entre “t” y “t + 1” fuese de un 10% ($i = 10\%$), β tomaría un valor de 10/11, y $b = 10/33$, y se asume que los costos de almacenamiento no se modifican:

```
ReplaceAll[caso5, {b → 2 / 9, c12 → 1., c13 → 2.,
  c21 → 0.8156565656565656, c23 → 1.1843434343434343, c31 → 0.5, c32 → 1.}]
```

```
FindInstance[%120,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 4.34848, u11n → 5.34848, u13c → 1.13889, u13n → 3.41667,
  u21c → 1.26034, u21n → 2.26034, u22c → 3.26034, u22n → 4.26034,
  u32c → 0.0227273, u32n → 0.0782828, u33c → 1.07828, u33n → 1.09751}}
```

Si en vez de aumentar la tasa de interés disminuye, de forma tal de situarse en un valor de 2% por período, $i = 2\%$, $b = 50/153$, se tiene:

```
ReplaceAll[caso5, {b → 50 / 153, c12 → 1., c13 → 2.,
  c21 → 0.8156565656565656, c23 → 1.1843434343434343, c31 → 0.5, c32 → 1.}]
```

```
FindInstance[%122,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 2.8717, u11n → 3.8717, u13c → 0.765033, u13n → 2.2951,
  u21c → 1.82409, u21n → 2.82409, u22c → 3.82409, u22n → 4.82409,
  u32c → 1.59709, u32n → 2.59709, u33c → 2.59709, u33n → 3.59709}}
```

Si las tasas de interés son aún menores, en valores cercanos al 0.5% por período por ejemplo (y asumiendo que los costos de almacenamiento no se modifican), se tiene que:

```
ReplaceAll[caso5, {b → 200 / 603, c12 → 1., c13 → 2.,
  c21 → 0.8156565656565656, c23 → 1.1843434343434343, c31 → 0.5, c32 → 1.}]
```

```
FindInstance[%124,  
{u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{ {u11c → 2.82727, u11n → 3.82727, u13c → 0.753752, u13n → 2.26126,  
  u21c → 1.8541, u21n → 2.8541, u22c → 3.8541, u22n → 4.8541,  
  u32c → 0.244642, u32n → 0.244642, u33c → 1.24464, u33n → 2.24464} }
```

```
Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]

Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso VI: Los individuos tipo I y III juegan siguiendo una estrategia especulativa, mientras los individuos tipo II juegan siguiendo la estrategia fundamental.

Individuos tipo I (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo I, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned}
 v_{12c} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{23c} + p_{23n}) * v_{13} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{12n} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11n} + v_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13n} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11n} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{13} &= -c_{13} + b * (3 * v_{12c} + (2 + p_{32}) * u_{13n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{11n})
 \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo I siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{13c} + v_{12c}; v_{13}; v_{12n}) = v_{13}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{12c} , v_{12n} y v_{13} , en término de los niveles de utilidad y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v12c}, {v12n}, {v13}} {{1 - b(p21 + p31c + p31n), -b(1 + p32), -b(p23c + p23n)}, {-b(1 + p31c + p31n), 1 - b(1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VI, individuos tipo I, es:

$$MCC6I1 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer y así despejar v12c, v12n y v13, se construyen las matrices restantes;

$$MCC6V12C = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 1 - b (1 + p32), 0},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 0, 1}}

$$MCC6V12N = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (p23c + p23n)},
{-b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 0},
{-3 b, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 1}}

$$MCC6V13 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & 0 & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32),
-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-3 b, 0, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

v12c = Det[MCC6V12C] / Det[MCC6I1]

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p32)) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c) + \\ & b (1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)) + \\ & b (p23c + p23n) (1 - b (1 + p32)) (-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p21 + b^2 p21 - 3 b^2 p23c + 3 b^3 p23c - 3 b^2 p23n + 3 b^3 p23n - \\ & b p31c - b p31n - b p32 - b^2 p32 + b^2 p21 p32 + 3 b^3 p23c p32 + 3 b^3 p23n p32) \end{aligned}$$

$$v_{12n} = \text{Det}[\text{MCC6V12N}] / \text{Det}[\text{MCC6I1}]$$

$$\begin{aligned} & (b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) + \\ & (1 - b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n})) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) - \\ & b (p_{23c} + p_{23n}) (3 b (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) - \\ & b (1 + p_{31c} + p_{31n}) (-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

$$v_{13} = \text{Det}[\text{MCC6V13}] / \text{Det}[\text{MCC6I1}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \\ & (-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) - \\ & b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo I es:

$$v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \\ & (-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) - \\ & b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ & b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) > \\ & u_{13c} + ((1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) + \\ & b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) + \\ & b (p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - \\ & b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) \end{aligned}$$

Factor[%9]

FullSimplify[%11]

$$\begin{aligned} & (c_{12} - c_{13} - u_{13c} + \\ & b (c_{13} (p_{23c} + p_{23n}) - (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c} + (1 + p_{21} + p_{31c} + p_{31n} + p_{32}) u_{13c}) + \\ & b (-3 c_{12} + c_{13} (1 + p_{21} + p_{31c} + p_{31n} + p_{32}) + (p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n}) + \\ & b^3 (p_{23c} + p_{23n}) (1 + p_{32}) ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} - 3 u_{13c} + (2 + p_{32}) u_{13n}) + \\ & b^2 (-c_{13} (-1 + p_{21}) (1 + p_{32}) + 3 (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c} - (p_{31c} + p_{31n}) \\ & (1 + p_{21} + p_{31c} + p_{31n} + p_{32}) u_{11n} - (2 + p_{32}) (1 + p_{21} + p_{31c} + p_{31n} + p_{32}) u_{13n}) - \\ & b^2 (c_{13} (p_{23c} + p_{23n}) (1 + p_{32}) - (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c} - p_{31c} p_{32} u_{11c} - \\ & p_{31n} p_{32} u_{11c} + p_{31c} u_{11n} + p_{23c} p_{31c} u_{11n} + p_{23n} p_{31c} u_{11n} + \\ & p_{31n} u_{11n} + p_{23c} p_{31n} u_{11n} + p_{23n} p_{31n} u_{11n} + p_{31c} p_{32} u_{11n} + \\ & p_{31n} p_{32} u_{11n} - u_{13c} - 3 p_{23c} u_{13c} - 3 p_{23n} u_{13c} - p_{32} u_{13c} + \\ & p_{21} (u_{11n} + u_{13c} + p_{32} (-u_{11c} + u_{11n} + u_{13c})) + (p_{23c} + p_{23n}) (3 + 2 p_{32}) u_{13n}) + \\ & b^3 (1 + p_{32}) (- (p_{31c} + p_{31n}) (3 u_{11c} - 2 u_{11n}) + (-2 + 3 p_{23c} + 3 p_{23n} - p_{32}) u_{13n} + \\ & p_{21} (-3 u_{11c} + (3 + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n}))) / \\ & (1 + 3 b^3 (p_{23c} + p_{23n}) (1 + p_{32}) - b (1 + p_{21} + p_{31c} + p_{31n} + p_{32}) + \\ & b^2 (-1 + p_{21} - 3 p_{23c} - 3 p_{23n} + (-1 + p_{21}) p_{32})) > 0 \end{aligned}$$

Individuos tipo II (Estrategia Fundamental)

Las funciones de valor de los individuos tipo II, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} v_{21} &= -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} * (2 + p_{13}) * u_{13n}) \\ v_{23c} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{23c}) + \\ &\quad p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * v_{21} + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \\ v_{23n} &= -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + \\ &\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22n} + v_{23c})) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo II siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{21c} + v_{23c}; v_{21}; v_{23n}) = v_{21}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{23c} , v_{23n} y v_{21} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo II y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ -b * (p_{31c} + p_{31n}) & 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) & -b * (1 + p_{13}) \\ 0 & -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) & 1 - b * (1 + p_{13}) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{23c} \\ v_{23n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{21} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} + (2 + p_{13}) * u_{21n}) \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n}) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

$$\{\{v_{21}\}, \{v_{23c}\}, \{v_{23n}\}\} \{\{1, -3 b, 0\}, \{-b(p_{31c} + p_{31n}), 1 - b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32}), -b(1 + p_{13})\}, \{0, -b(1 + p_{12c} + p_{12n}), 1 - b(1 + p_{13})\}\} \text{ is Protected. } \gg$$

$$\{\{-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n})\}, \{-c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}\}, \{-c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n})\}\}$$

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VI, individuos tipo II, es:

$$MCC6I2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ -b * (p_{31c} + p_{31n}) & 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) & -b * (1 + p_{13}) \\ 0 & -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) & 1 - b * (1 + p_{13}) \end{pmatrix}$$

$$\{\{1, -3 b, 0\}, \{-b(p_{31c} + p_{31n}), 1 - b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32}), -b(1 + p_{13})\}, \{0, -b(1 + p_{12c} + p_{12n}), 1 - b(1 + p_{13})\}\}$$

Para poder aplicar Regla de Cramer , se construyen las matrices restantes;

$$MCC6V21 = \begin{pmatrix} -c_{21} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} + (2 + p_{13}) * u_{21n}) & -3 * b \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}) & 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) \\ -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n}) & -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}) \end{pmatrix}$$

$$\{\{-c_{21} + b * ((2 + p_{13}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n}), -3 b, 0\}, \{-c_{23} + b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22c}, 1 - b * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}), -b * (1 + p_{13})\}, \{-c_{23} + b * ((p_{31c} + p_{31n}) * u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) * u_{22n}), -b * (1 + p_{12c} + p_{12n}), 1 - b * (1 + p_{13})\}\}$$

$$\text{MCC6V23C} = \begin{pmatrix} 1 & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -b * (p31c + p31n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c) \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), 0\}, \\ \{-b (p31c + p31n), -c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c, -b (1 + p13)\}, \\ \{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), 1 - b (1 + p13)\} \}$$

$$\text{MCC6V23N} = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u2: \\ -b * (p31c + p31n) & 1 - b * (p12c + p12n + p32) & -c23 + b * ((p12c + p12n \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u2 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1, -3 b, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)\}, \\ \{-b (p31c + p31n), 1 - b (p12c + p12n + p32), -c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c\}, \\ \{0, -b (1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)\} \}$$

$$\mathbf{v21} = \text{Det}[\text{MCC6V21}] / \text{Det}[\text{MCC6I2}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p13)) (3 b (-c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c) + \\ & (1 - b (p12c + p12n + p32)) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n))) + \\ & b (1 + p13) (-b (1 + p12c + p12n) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)) + \\ & 3 b (-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)))) / \\ & (b (1 + p12c + p12n) (-b - b p13) + (1 - b (1 + p13)) \\ & (1 - b p12c - b p12n - 3 b^2 p31c - 3 b^2 p31n - b p32)) \end{aligned}$$

$$\mathbf{v23c} = \text{Det}[\text{MCC6V23C}] / \text{Det}[\text{MCC6I2}]$$

$$\begin{aligned} & (-(-b - b p13) (-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)) + \\ & (1 - b (1 + p13)) (-c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c + \\ & b (p31c + p31n) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)))) / \\ & (b (1 + p12c + p12n) (-b - b p13) + (1 - b (1 + p13)) \\ & (1 - b p12c - b p12n - 3 b^2 p31c - 3 b^2 p31n - b p32)) \end{aligned}$$

$$\mathbf{v23n} = \text{Det}[\text{MCC6V23N}] / \text{Det}[\text{MCC6I2}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b p12c - b p12n - 3 b^2 p31c - 3 b^2 p31n - b p32) \\ & (-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)) + \\ & b (1 + p12c + p12n) (-c23 + b (p12c + p12n + p32) u22c + \\ & b (p31c + p31n) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)))) / \\ & (b (1 + p12c + p12n) (-b - b p13) + (1 - b (1 + p13)) \\ & (1 - b p12c - b p12n - 3 b^2 p31c - 3 b^2 p31n - b p32)) \end{aligned}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo II es:

$$v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b(1 + p_{13})) (3b(-c_{23} + b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c}) + \\ & (1 - b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32}))(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + \\ & b(1 + p_{13})(-b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n})) + \\ & 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))) / \\ & (b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-b - bp_{13}) + (1 - b(1 + p_{13})) \\ & (1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32})) > \\ & u_{21c} + (-b - bp_{13})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})) + \\ & (1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b(p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c} + \\ & b(p_{31c} + p_{31n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) / \\ & (b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-b - bp_{13}) + (1 - b(1 + p_{13})) \\ & (1 - bp_{12c} - bp_{12n} - 3b^2p_{31c} - 3b^2p_{31n} - bp_{32})) \end{aligned}$$

Individuos tipo III (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo III, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} v_{31c} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * v_{32} + \\ & p_{13} * (u_{33c} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{31n} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + v_{31c}) * p_{13} * (u_{33n} + v_{31c}) + \\ & p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{32} &= -c_{32} + b * (3 * v_{31c} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{21}) * u_{32n}) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo III siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{32c} + v_{31c}; v_{32}; v_{31n}) = v_{32}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{31c} , v_{31n} y v_{32} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo III y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) & -b * (1 + p_{21}) & -b * (p_{12c} + p_{12n}) \\ -b * (1 + p_{23c} + p_{23n}) & 1 - b * (1 + p_{21}) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_{31c} \\ v_{31n} \\ v_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33c}) \\ -c_{31} + b * ((p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{32n}) \\ -c_{32} + b * ((p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{21}) * u_{32n}) \end{pmatrix}$$

Set::write : Tag Times in

{{v31c}, {v31n}, {v32}} {{1 - b(p13 + p23c + p23n), -b(1 + p21), -b(p12c + p12n)}, {-b(1 + p23c + p23n), 1 - b(1 + p21)}, 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>

{{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VI, individuos tipo III, es:

$$MCC6I3 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)\}, \\ \{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21), 0\}, \{-3b, 0, 1\} \}$$

Para poder aplicar Regla de Cramer , se construyen las matrices restantes;

$$MCC6V31C = \begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) & -b * (1 + p21) & -b \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 1 - b * (1 + p21) & \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) & 0 & \end{pmatrix}$$

$$\{ \{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)\}, \\ \{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 1 - b (1 + p21), 0\}, \\ \{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1\} \}$$

$$MCC6V31N = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * \\ -3 * b & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (p13 + p23c + p23n), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (p12c + p12n)\}, \\ \{-b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0\}, \\ \{-3b, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1\} \}$$

$$MCC6V32 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + \\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c\}, \\ \{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21), \\ -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)\}, \\ \{-3b, 0, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)\} \}$$

$$v31c = \text{Det}[MCC6V31C] / \text{Det}[MCC6I3]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p21)) (-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c) + \\ & \quad b (p12c + p12n) (1 - b (1 + p21)) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) + \\ & \quad b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p12c + 3 b^3 p12c - 3 b^2 p12n + 3 b^3 p12n - b p13 + b^2 p13 - b p21 - \\ & \quad b^2 p21 + 3 b^3 p12c p21 + 3 b^3 p12n p21 + b^2 p13 p21 - b p23c - b p23n) \end{aligned}$$

$$v31n = \text{Det}[MCC6V31N] / \text{Det}[MCC6I3]$$

$$\begin{aligned} & (b (1 + p23c + p23n) (-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c) + \\ & \quad (1 - b (p13 + p23c + p23n)) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)) - \\ & \quad b (p12c + p12n) (-b (1 + p23c + p23n) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) + \\ & \quad \quad 3 b (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p12c + 3 b^3 p12c - 3 b^2 p12n + 3 b^3 p12n - b p13 + b^2 p13 - b p21 - \\ & \quad b^2 p21 + 3 b^3 p12c p21 + 3 b^3 p12n p21 + b^2 p13 p21 - b p23c - b p23n) \end{aligned}$$

$$v32 = \text{Det}[MCC6V32] / \text{Det}[MCC6I3]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p13 + b^2 p13 - b p21 - b^2 p21 + b^2 p13 p21 - b p23c - b p23n) \\ & \quad (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) - \\ & \quad 3 b (- (1 - b (1 + p21)) (-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c) - \\ & \quad \quad b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p12c + 3 b^3 p12c - 3 b^2 p12n + 3 b^3 p12n - b p13 + b^2 p13 - b p21 - \\ & \quad b^2 p21 + 3 b^3 p12c p21 + 3 b^3 p12n p21 + b^2 p13 p21 - b p23c - b p23n) \end{aligned}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo III es:

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

$$\left(\left(1 - b - b^2 - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - b^2 p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n} \right) \right. \\ \left. \left(-c_{32} + b \left((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. 3b \left(- (1 - b (1 + p_{21})) \left(-c_{31} + b \left(p_{13} + p_{23c} + p_{23n} \right) u_{33c} \right) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. b \left(1 + p_{21} \right) \left(-c_{31} + b \left((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n} \right) \right) \right) \right) \right) / \\ \left(1 - b - b^2 - 3b^2 p_{12c} + 3b^3 p_{12c} - 3b^2 p_{12n} + 3b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \right. \\ \left. b^2 p_{21} + 3b^3 p_{12c} p_{21} + 3b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n} \right) > \\ u_{32c} + \left((1 - b (1 + p_{21})) \left(-c_{31} + b \left(p_{13} + p_{23c} + p_{23n} \right) u_{33c} \right) + \right. \\ \left. b \left(p_{12c} + p_{12n} \right) \left(1 - b (1 + p_{21}) \right) \left(-c_{32} + b \left((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n} \right) \right) + \right. \\ \left. b \left(1 + p_{21} \right) \left(-c_{31} + b \left((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n} \right) \right) \right) / \\ \left(1 - b - b^2 - 3b^2 p_{12c} + 3b^3 p_{12c} - 3b^2 p_{12n} + 3b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \right. \\ \left. b^2 p_{21} + 3b^3 p_{12c} p_{21} + 3b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n} \right)$$

Probabilidades

Los valores que toman las probabilidades involucradas, se determinan por las siguientes expresiones:

$$p_{12c} = p_{12c} * (1/3) * (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13}$$

$$p_{12n} = p_{12c} * (1/3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1/3) * (1 + p_{32})$$

$$p_{13} = p_{12c} * (1/3) * (p_{23c} + p_{23n})$$

$$p_{21} = p_{23c} * (1/3) * (p_{31c} + p_{31n})$$

$$p_{23c} = p_{23c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n} + p_{32}) + p_{23n} * (1/3) * (1 + p_{12c} + p_{12n}) + p_{21}$$

$$p_{23n} = p_{23n} * (1/3) * (1 + p_{13}) + p_{23c} * (1/3) * (1 + p_{13})$$

$$p_{31c} = p_{31c} * (1/3) * (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32}$$

$$p_{31n} = p_{31c} * (1/3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1/3) * (1 + p_{21})$$

$$p_{32} = p_{31c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n})$$

$$p_{12c} / p_{12n} = (1 + p_{31c} + p_{31n}) / (1 + p_{32}) / \cdot \{ \{ p_{32} \rightarrow p_{31c} * (1/3) * (p_{12c} + p_{12n}) \} \}$$

$$\left\{ \frac{p_{12c}}{p_{12n}} = \frac{1 + p_{31c} + p_{31n}}{1 + \frac{1}{3} (p_{12c} + p_{12n}) p_{31c}} \right\}$$

$$p_{23c} / p_{23n} = (1 + p_{12c} + p_{12n}) / (1 + p_{13}) / \cdot \{ \{ p_{13} \rightarrow p_{12c} * (1/3) * (p_{23c} + p_{23n}) \} \}$$

$$\left\{ \frac{p_{23c}}{p_{23n}} = \frac{1 + p_{12c} + p_{12n}}{1 + \frac{1}{3} p_{12c} (p_{23c} + p_{23n})} \right\}$$

$$p_{31c} / p_{31n} = (1 + p_{23c} + p_{23n}) / (1 + p_{21}) / \cdot \{ \{ p_{21} \rightarrow p_{23c} * (1/3) * (p_{31c} + p_{31n}) \} \}$$

$$\left\{ \frac{p_{31c}}{p_{31n}} = \frac{1 + p_{23c} + p_{23n}}{1 + \frac{1}{3} p_{23c} (p_{31c} + p_{31n})} \right\}$$

$$\text{Solve}\left[\left\{\frac{p12c}{p12n} = \frac{1 + p31c + p31n}{1 + \frac{1}{3}(p12c + p12n)} \frac{p23c}{p23n} = \frac{1 + p12c + p12n}{1 + \frac{1}{3}p12c(p23c + p23n)},\right.\right.$$

$$\frac{p31c}{p31n} = \frac{1 + p23c + p23n}{1 + \frac{1}{3}p23c(p31c + p31n)}, p12c + p12n + p12c * (1/3) * (p23c + p23n) = 1,$$

$$p23c * (1/3) * (p31c + p31n) + p23c + p23n = 1,$$

$$p31c + p31n + p31c * (1/3) * (p12c + p12n) = 1\left.\right\}, \{p12c, p12n, p23c, p23n, p31c, p31n\}]$$

$$\left\{\left\{p12c \rightarrow \frac{1}{3} \left(-6 + \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3}\right),\right.\right.$$

$$p12n \rightarrow \frac{1}{9} \left(15 - 6 \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} +$$

$$\left. \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{2/3} - 6 \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{2/3}\right),$$

$$p23c \rightarrow -2 + \frac{1}{3} \left(81 - 3 \sqrt{537}\right)^{1/3} + \frac{\left(27 + \sqrt{537}\right)^{1/3}}{3^{2/3}}, p23n \rightarrow \frac{1}{9} \left(15 - 6 \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} +$$

$$\left. \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{2/3} - 6 \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{2/3}\right),$$

$$p31c \rightarrow \frac{1}{3} \left(-6 + \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3}\right),$$

$$p31n \rightarrow \frac{1}{9} \left(15 - 6 \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{2/3} -$$

$$\left. 6 \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{2/3}\right\},$$

$$\left\{p12c \rightarrow -\frac{1}{6} i \left(-12 i + 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} -\right.\right.$$

$$\left. 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537}\right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3}\right),$$

$$p12n \rightarrow \frac{1}{18} i \left(-30 i + 6 \times 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{1/3} + 3 \times 3^{1/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{2/3} -$$

$$6 i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{2/3} - 6 \times 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537}\right)^{1/3} -$$

$$\left. 3 \times 3^{1/6} \left(27 + \sqrt{537}\right)^{2/3} - 6 i \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{2/3}\right),$$

$$p23c \rightarrow -2 - \frac{1}{6} \left(1 + i \sqrt{3}\right) \left(81 - 3 \sqrt{537}\right)^{1/3} - \frac{\left(1 - i \sqrt{3}\right) \left(27 + \sqrt{537}\right)^{1/3}}{2 \times 3^{2/3}},$$

$$p23n \rightarrow \frac{1}{18} i \left(-30 i + 6 \times 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{1/3} + 3 \times 3^{1/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{2/3} -$$

$$6 i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{2/3} - 6 \times 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537}\right)^{1/3} -$$

$$\left. 3 \times 3^{1/6} \left(27 + \sqrt{537}\right)^{2/3} - 6 i \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{2/3}\right),$$

$$p31c \rightarrow -\frac{1}{6} i \left(-12 i + 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} -$$

$$\left. 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537}\right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 + \sqrt{537}\right)\right)^{1/3}\right),$$

$$p31n \rightarrow \frac{1}{18} i \left(-30 i + 6 \times 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{1/3} + 3 \times 3^{1/6} \left(27 - \sqrt{537}\right)^{2/3} -$$

$$6 i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 - \sqrt{537}\right)\right)^{2/3} - 6 \times 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537}\right)^{1/3} -$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \left. \left. 3 \times 3^{1/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{2/3} - 6i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{2/3} \right\}, \right. \\
 \text{p12c} & \rightarrow \frac{1}{6} i \left(12i + 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - \right. \\
 & \left. 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} \right), \\
 \text{p12n} & \rightarrow -\frac{1}{18} i \left(30i + 6 \times 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{1/3} + 3 \times 3^{1/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{2/3} + \right. \\
 & \left. 6i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{2/3} - 6 \times 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{1/3} - \right. \\
 & \left. 3 \times 3^{1/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{2/3} + 6i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{2/3} \right), \\
 \text{p23c} & \rightarrow -2 - \frac{1}{6} \left(1 - i\sqrt{3} \right) \left(81 - 3\sqrt{537} \right)^{1/3} - \frac{\left(1 + i\sqrt{3} \right) \left(27 + \sqrt{537} \right)^{1/3}}{2 \times 3^{2/3}}, \\
 \text{p23n} & \rightarrow -\frac{1}{18} i \left(30i + 6 \times 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{1/3} + 3 \times 3^{1/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{2/3} + \right. \\
 & \left. 6i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{2/3} - 6 \times 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{1/3} - \right. \\
 & \left. 3 \times 3^{1/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{2/3} + 6i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{2/3} \right), \\
 \text{p31c} & \rightarrow \frac{1}{6} i \left(12i + 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - \right. \\
 & \left. 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{1/3} + i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} \right), \\
 \text{p31n} & \rightarrow -\frac{1}{18} i \left(30i + 6 \times 3^{5/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{1/3} + 3 \times 3^{1/6} \left(27 - \sqrt{537} \right)^{2/3} + \right. \\
 & \left. 6i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 - \sqrt{537} \right) \right)^{2/3} - 6 \times 3^{5/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{1/3} - \right. \\
 & \left. 3 \times 3^{1/6} \left(27 + \sqrt{537} \right)^{2/3} + 6i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{1/3} - i \left(3 \left(27 + \sqrt{537} \right) \right)^{2/3} \right\} \}
 \end{aligned}$$

N[%60]

```

{{p12c → 0.5251022548143205`, p12n → 0.325936887639724`,
  p23c → 0.5251022548143205`, p23n → 0.325936887639724`,
  p31c → 0.5251022548143205`, p31n → 0.325936887639724`},
{p12c → -3.2625511274071606` + 0.8843675977506603` i,
  p12n → 2.337031556180138` - 4.001853810666237` i,
  p23c → -3.26255112740716` + 0.8843675977506607` i,
  p23n → 2.337031556180138` - 4.001853810666237` i,
  p31c → -3.2625511274071606` + 0.8843675977506603` i,
  p31n → 2.337031556180138` - 4.001853810666237` i},
{p12c → -3.2625511274071606` - 0.8843675977506603` i,
  p12n → 2.337031556180138` + 4.001853810666237` i,
  p23c → -3.26255112740716` - 0.8843675977506607` i,
  p23n → 2.337031556180138` + 4.001853810666237` i,
  p31c → -3.2625511274071606` - 0.8843675977506603` i,
  p31n → 2.337031556180138` + 4.001853810666237` i}}

```

Dentro del conjunto de soluciones posibles, se toma aquella que es coherente con el hecho de que los valores calculados se corresponden con probabilidades. Si se redondean los números para facilitar su lectura, se tiene que:

$$p12c = 0.5251$$

$$p12n = 0.3259$$

$$p23c = 0.5251$$

$$p23n = 0.3259$$

$$p31c = 0.5251$$

$$p31n = 0.3259$$

$$p13 = p12c / 3 * (p23c + p23n)$$

$$0.148953$$

$$p21 = p23c / 3 * (p31c + p31n)$$

$$0.148953$$

$$p32 = p31c / 3 * (p12c + p12n)$$

$$0.148953$$

Rationalize[{p12c, p12n, p13, p23c, p23n, p21, p31c, p31n, p32}, 0]

$$\left\{ \frac{5251}{10000}, \frac{3259}{10000}, \frac{200415474}{1345491401}, \frac{5251}{10000}, \frac{3259}{10000}, \frac{200415474}{1345491401}, \frac{5251}{10000}, \frac{3259}{10000}, \frac{200415474}{1345491401} \right\}$$

Cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

Para trabajar con las funciones de valor de los individuos, se supuso que $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$. En este apartado, se define lo que este supuesto va a implicar para cada uno de los jugadores.

■ Individuo I

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{13c} + ((1 - 1.14895b)(-c_{12} + 0.999953bu_{11c}) + 1.14895b(-c_{12} + b(0.999953u_{11n} + 0.851u_{13n})) + 0.851(1 - 1.14895b)b(-c_{13} + b(0.851u_{11n} + 2.14895u_{13n}))) / (1 - 2.14891b - 3.53081b^2 + 2.93328b^3) > (1.851b(-c_{12} + 0.999953bu_{11c}) + (1 - 0.999953b)(-c_{12} + b(0.999953u_{11n} + 0.851u_{13n})) - 0.851b(3b(-c_{12} + b(0.999953u_{11n} + 0.851u_{13n})) - 1.851b(-c_{13} + b(0.851u_{11n} + 2.14895u_{13n})))) / (1 - 2.14891b - 3.53081b^2 + 2.93328b^3)$$

■ Individuo II

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{21c} + ((1 - 1.14895b)(-c_{23} + 0.999953bu_{22c} + 0.851b(-c_{21} + b(2.14895u_{21n} + 0.851u_{22n}))) + 1.14895b(-c_{23} + b(0.851u_{21n} + 0.999953u_{22n}))) / (-2.12671b^2 + (1 - 1.14895b)(1 - 0.999953b - 2.553b^2)) > (1.851b(-c_{23} + 0.999953bu_{22c} + 0.851b(-c_{21} + b(2.14895u_{21n} + 0.851u_{22n}))) + (1 - 0.999953b - 2.553b^2)(-c_{23} + b(0.851u_{21n} + 0.999953u_{22n}))) / (-2.12671b^2 + (1 - 1.14895b)(1 - 0.999953b - 2.553b^2))$$

■ Individuo III

$$u32c + v31c > v31n$$

$$u32c + ((1 - 1.14895b)(-c31 + 0.999953bu33c) + 0.851(1 - 1.14895b)b(-c32 + b(2.14895u32n + 0.851u33n)) + 1.14895b(-c31 + b(0.851u32n + 0.999953u33n))) / (1 - 2.14891b - 3.53081b^2 + 2.93328b^3) > (1.851b(-c31 + 0.999953bu33c) - 0.851b(-1.851b(-c32 + b(2.14895u32n + 0.851u33n)) + 3b(-c31 + b(0.851u32n + 0.999953u33n))) + (1 - 0.999953b)(-c31 + b(0.851u32n + 0.999953u33n))) / (1 - 2.14891b - 3.53081b^2 + 2.93328b^3)$$

Condiciones necesarias para que el caso II represente una situación de equilibrio.

Si se analizan las condiciones necesarias para que el caso VI represente una situación de equilibrio, teniendo en cuenta los valores que toman las probabilidades:

$$v13 > u13c + v12c$$

$$(-3b(-1 - 1.14895b)(-c12 + 0.999953bu11c) - 1.14895b(-c12 + b(0.999953u11n + 0.851u13n))) + (1 - 2.14891b - 0.977813b^2)(-c13 + b(0.851u11n + 2.14895u13n))) / (1 - 2.14891b - 3.53081b^2 + 2.93328b^3) > u13c + ((1 - 1.14895b)(-c12 + 0.999953bu11c) + 1.14895b(-c12 + b(0.999953u11n + 0.851u13n)) + 0.851(1 - 1.14895b)b(-c13 + b(0.851u11n + 2.14895u13n))) / (1 - 2.14891b - 3.53081b^2 + 2.93328b^3)$$

Factor [%33]

$$\frac{1}{0.340916 - 0.732596b - 1.20371b^2 + 1. b^3} \cdot \frac{1.17503(0.870398bc12 + 0.290133c13 - 0.623468bc13 - 0.283695b^2c13 - 0.870357b^2u11c + 1. b^3u11c - 0.246903bu11n + 0.530571b^2u11n - 0.758575b^3u11n - 0.623482bu13n + 1.3398b^2u13n - 0.241391b^3u13n)}{1} > \frac{1}{0.340916 - 0.732596b - 1.20371b^2 + 1. b^3} \cdot 1. (-0.340916c12 - 0.290119bc13 + 0.333333b^2c13 + 0.3409bu11c - 0.391678b^2u11c + 0.638569b^2u11n - 0.283667b^3u11n + 0.340916u13c - 0.732596bu13c - 1.20371b^2u13c + 1. b^3u13c + 0.956786b^2u13n - 0.716318b^3u13n)$$

Dado que $0.340916 - 0.732596b - 1.20371b^2 + 1. b^3$ es mayor a cero para valores de "b" que se encuentren en el intervalo $(0, 1/3)$, se puede simplificar la expresión anterior, para obtener la siguiente condición necesaria:

$$c13 - c12 < -u13c + b * (3(c13 - c12) + 0.85u11n - u11c + 2.15(u13c + u13n) + b * (4.15u11c - 3.7u11n + 3.53u13c - 7.42u13n + b * (3.45(c13 - c12) + 2.93(u13n - u13c))))$$

$$v21 > u21c + v23c$$

$$\begin{aligned} & ((1 - 1.14895 b) (3 b (-c23 + 0.999953 b u22c) + \\ & \quad (1 - 0.999953 b) (-c21 + b (2.14895 u21n + 0.851 u22n))) + \\ & \quad 1.14895 b (-1.851 b (-c21 + b (2.14895 u21n + 0.851 u22n)) + \\ & \quad \quad 3 b (-c23 + b (0.851 u21n + 0.999953 u22n)))) / \\ & (-2.12671 b^2 + (1 - 1.14895 b) (1 - 0.999953 b - 2.553 b^2)) > u21c + \\ & ((1 - 1.14895 b) \\ & \quad (-c23 + 0.999953 b u22c + 0.851 b (-c21 + b (2.14895 u21n + 0.851 u22n))) + \\ & \quad 1.14895 b (-c23 + b (0.851 u21n + 0.999953 u22n))) / \\ & (-2.12671 b^2 + (1 - 1.14895 b) (1 - 0.999953 b - 2.553 b^2)) \end{aligned}$$

Factor[%34]

$$\begin{aligned} & \frac{1}{0.340916 - 0.732596 b - 1.20371 b^2 + 1. b^3} \\ & 1.17503 (0.290133 c21 - 0.623468 b c21 - 0.283695 b^2 c21 + 0.870398 b c23 - \\ & \quad 0.623482 b u21n + 1.3398 b^2 u21n - 0.241391 b^3 u21n - 0.870357 b^2 u22c + \\ & \quad 1. b^3 u22c - 0.246903 b u22n + 0.530571 b^2 u22n - 0.758575 b^3 u22n) > \\ & \frac{1}{0.340916 - 0.732596 b - 1.20371 b^2 + 1. b^3} \\ & 1. (-0.290119 b c21 + 0.333333 b^2 c21 - 0.340916 c23 + 0.340916 u21c - 0.732596 b u21c - \\ & \quad 1.20371 b^2 u21c + 1. b^3 u21c + 0.956786 b^2 u21n - 0.716318 b^3 u21n + \\ & \quad 0.3409 b u22c - 0.391678 b^2 u22c + 0.638569 b^2 u22n - 0.283667 b^3 u22n) \end{aligned}$$

Dado que la expresión $0.340916 - 0.732596 b - 1.20371 b^2 + 1. b^3$ es positiva para valores de "b" que se encuentren en el intervalo $(0, 1/3)$, se puede simplificar la expresión anterior y así obtener la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & c23 - c21 > \\ & u21c + b * (3 (c23 - c21) - 2.15 (u21c + u21n) + u22c - 0.85 u22n + b * (7.42 u21n - \\ & \quad 3.53 u21c + 3.7 u22n - 4.5 u22c + b * (2.93 (u21c - u21n) + 3.45 (u22c - u22n)))) \end{aligned}$$

$$v32 > u32c + v31c$$

$$\begin{aligned} & (-3 b (- (1 - 1.14895 b) (-c31 + 0.999953 b u33c) - \\ & \quad 1.14895 b (-c31 + b (0.851 u32n + 0.999953 u33n))) + \\ & \quad (1 - 2.14891 b - 0.977813 b^2) (-c32 + b (2.14895 u32n + 0.851 u33n))) / \\ & (1 - 2.14891 b - 3.53081 b^2 + 2.93328 b^3) > \\ & u32c + ((1 - 1.14895 b) (-c31 + 0.999953 b u33c) + \\ & \quad 0.851 (1 - 1.14895 b) b (-c32 + b (2.14895 u32n + 0.851 u33n)) + \\ & \quad 1.14895 b (-c31 + b (0.851 u32n + 0.999953 u33n))) / \\ & (1 - 2.14891 b - 3.53081 b^2 + 2.93328 b^3) \end{aligned}$$

FullSimplify[%35]

$$\begin{aligned} & -1. (0.340916 + b (-0.732596 + b (-1.20371 + 1. b))) \\ & ((-0.340916 + 1.02275 b) c31 + 0.340916 c32 + 0.340916 u32c + \\ & \quad b ((-1.02271 - 0.0000182661 b) c32 - 0.732596 u32c - 0.732612 u32n + 0.3409 u33c - \\ & \quad 0.290119 u33n + b ((-1.20371 + 1. b) u32c + (2.5311 - 0.999961 b) u32n - \\ & \quad 1.41438 u33c + 1.17503 b u33c + 1.26201 u33n - 1.17502 b u33n))) > 0 \end{aligned}$$

Al igual que en los casos anteriores, se simplifica la expresión, para poder interpretar la condición

con mayor facilidad:

$$c32 - c31 < -u32c + b * (3 (c32 - c31) + 2.15 (u32c + u32n) + 0.85 u33n - u33c + b * (3.53 u32c - 7.42 u32n + 4.15 u33c - 3.7 u33n + b * (2.93 (u32n - u32c) + 3.45 (u33n - u33c))))$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio:

$$v13 > u13c + v12c$$

$$v21 > u21c + v23c$$

$$v32 > u32c + v31c$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii}^*c > v_{ii}^*n$, también debe cumplirse:

$$u13c + v12c > v12n$$

$$u21c + v23c > v23n$$

$$u32c + v31c > v31n$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso VI represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v13 > v12n$$

$$v21 > v23n$$

$$v32 > v31n$$

```
caso6 = {v13 > v12n && v21 > v23n && v32 > v31n && c13 > c12 > 0 &&
  c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 && c23 > c12 > 0 && c13 > c21 > 0 &&
  c32 > c21 > 0 && c23 > c32 > 0 && c13 > c32 > 0 && c12 > c21 > 0 &&
  c12 > c31 > 0 && c32 > c21 > 0 && 1 / 3 > b > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 &&
  u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}
```

A continuación, se evalúan las condiciones encontradas, para distintos valores que puede tomar la tasa de interés del mercado (para el período que va desde “t” a “t+1”). Dado que $\beta = \frac{1}{1+i}$; y que $b = \frac{\beta}{3}$, se analizarán los valores que toman las variables, asumiendo determinado valor para “b”, relacionado directamente con el valor de la tasa de interés que se está analizando.

Para empezar, se analiza que valores tomarían las variables si se asume $i = 50\%$, de modo que $b = 2/9$. (Se toman los valores indicados para los costos de almacenamiento, que cumplen con las características indicadas en las condiciones).

```
ReplaceAll[caso6, {b -> 2 / 9, c12 -> 1., c13 -> 1.9999999999999998,
  c21 -> 0.4999999999999999, c23 -> 2.5, c31 -> 0.4999999999999998, c32 -> 1.5}]
```

```
FindInstance[%47,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c -> 10.6553, u11n -> 11.6553, u13c -> 4.82763,
  u13n -> 9.65526, u21c -> 1., u21n -> 2., u22c -> 38.7032, u22n -> 46.2189,
  u32c -> 4.8276, u32n -> 9.65521, u33c -> 10.6552, u33n -> 11.6552}
```

Si la tasa de interés para el período comprendido entre “t” y “t + 1” fuese de un 10% ($i = 10\%$), β

tomaría un valor de $10/11$, y $b = 10/33$, y se asume que los costos de almacenamiento no se modifican:

```
ReplaceAll[caso6, {b → 10 / 33, c12 → 1.`, c13 → 1.9999999999999998`,
  c21 → 0.4999999999999999`, c23 → 2.5`, c31 → 0.4999999999999998`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%49,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 8.59546, u11n → 9.59546, u13c → 3.79773,
  u13n → 7.59546, u21c → 1., u21n → 2., u22c → 30.3064, u22n → 35.2551,
  u32c → 3.79763, u32n → 7.59525, u33c → 8.59525, u33n → 9.59525}
```

Si en vez de aumentar la tasa de interés disminuye, de forma tal de situarse en un valor de 2% por período, $i = 2\%$, $b = 50/153$, se tiene:

```
ReplaceAll[caso6, {b → 50 / 153, c12 → 1.`, c13 → 1.9999999999999998`,
  c21 → 0.4999999999999999`, c23 → 2.5`, c31 → 0.4999999999999998`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%51,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 8.18204, u11n → 9.18204, u13c → 3.59102,
  u13n → 7.18204, u21c → 1., u21n → 2., u22c → 28.6681, u22n → 33.1408,
  u32c → 3.59055, u32n → 7.18111, u33c → 8.18111, u33n → 9.18111}
```

Si las tasas de interés son aún menores, en valores cercanos al 0.5% por período por ejemplo (y asumiendo que los costos de almacenamiento no se modifican), se tiene que:

```
ReplaceAll[caso6, {b → 200 / 603, c12 → 1.`, c13 → 1.9999999999999998`,
  c21 → 0.4999999999999999`, c23 → 2.5`, c31 → 0.4999999999999998`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%53,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{u11c → 8.08897, u11n → 9.08897, u13c → 3.54448,
  u13n → 7.08897, u21c → 1., u21n → 2., u22c → 28.6117, u22n → 33.0004,
  u32c → 3.54266, u32n → 7.08532, u33c → 8.08532, u33n → 9.08532}
```

```
Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]

Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso VII: Los individuos tipo II y III juegan siguiendo una estrategia especulativa, mientras los individuos tipo I juegan siguiendo la estrategia fundamental.

Individuos tipo I (Estrategia fundamental)

Las funciones de valor de los individuos tipo I, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned}
 v_{12c} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11c} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13} + v_{12c}) + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11c} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{12n} &= -c_{12} + b * (v_{12n} + p_{21} * (u_{11n} + v_{12c}) + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{13n} + v_{12c}) + \\
 &\quad (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{11n} + v_{12c}) + p_{32} * v_{12n}) \\
 v_{13} &= -c_{13} + b * (3 * v_{12c} + (2 + p_{32}) * u_{13n} + (p_{31c} + p_{31n}) * u_{11n})
 \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo I siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{13c} + v_{12c}; v_{13}; v_{12n}) = u_{13c} + v_{12c}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{12c} , v_{12n} y v_{13} , en término de los niveles de utilidad y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v12c}, {v12n}, {v13}} {{1 - b(1 + p31c + p31n), -b(1 + p32), 0}, {-b(1 + p31c + p31n), 1 - b(1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}}

is Protected. >>

{{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)},
 {-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
 {-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VII, individuos tipo I, es:

$$MCC7I1 = \begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b(1 + p31c + p31n), -b(1 + p32), 0},
 {-b(1 + p31c + p31n), 1 - b(1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer , se construyen las matrices restantes;

MCC7V12C =

$$\begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) & -b * (1 + p32) & 0 \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c), -b(1 + p32), 0},
 {-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 1 - b(1 + p32), 0},
 {-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 0, 1}}

MCC7V12N =

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + (p23c + p23n) * u13c) & 0 \\ -b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 0 \\ -3 * b & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b(1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c), 0},
 {-b(1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 0},
 {-3 b, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 1}}

$$MCC7V13 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c + \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + \\ -3 * b & 0 & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + \end{pmatrix}$$

{{1 - b(p21 + p31c + p31n), -b(1 + p32),
 -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)}, {-b(1 + p31c + p31n),
 1 - b(1 + p32), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
 {-3 b, 0, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}

v12c = Det[MCC7V12C] / Det[MCC7I1]

((1 - b(1 + p32)) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11c + (p23c + p23n) u13c)) +
 b(1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n))) /
 (1 - 2 b - b p31c - b p31n - b p32)

$$v_{12n} = \text{Det}[MCC7V12N] / \text{Det}[MCC7I1]$$

$$(b(1+p_{31c}+p_{31n})(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13c}))+ \\ (1-b(1+p_{31c}+p_{31n}))(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13n}))) / \\ (1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32})$$

$$v_{13} = \text{Det}[MCC7V13] / \text{Det}[MCC7I1]$$

$$((1-b-b^2-bp_{21}+b^2p_{21}-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32}-b^2p_{32}+b^2p_{21}p_{32}) \\ (-c_{13}+b((p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(2+p_{32})u_{13n}))- \\ 3b(-(1-b(1+p_{32}))(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13c}))- \\ b(1+p_{32})(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13n})))) / \\ (1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32})$$

La condición necesaria para que el caso VII constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo I es:

$$v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

$$((1-b-b^2-bp_{21}+b^2p_{21}-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32}-b^2p_{32}+b^2p_{21}p_{32}) \\ (-c_{13}+b((p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(2+p_{32})u_{13n}))- \\ 3b(-(1-b(1+p_{32}))(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13c}))- \\ b(1+p_{32})(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13n})))) / \\ (1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32}) > u_{13c} + \\ ((1-b(1+p_{32}))(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11c}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13c}))+ \\ b(1+p_{32})(-c_{12}+b((p_{21}+p_{31c}+p_{31n})u_{11n}+(p_{23c}+p_{23n})u_{13n})))) / \\ (1-2b-bp_{31c}-bp_{31n}-bp_{32})$$

Individuos tipo II (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo II, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$v_{21} = -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} * (2 + p_{13}) * u_{13n}) \\ v_{23c} = -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{23c}) + \\ p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21c} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \\ v_{23n} = -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + \\ (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22n} + v_{23c}))$$

Para que el individuo tipo II siga la estrategia fundamental, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{21c} + v_{23c}; v_{21}; v_{23n}) = u_{21c} + v_{23c}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VII represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{23c} , v_{23n} y v_{21} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo II y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (p12c + p12n + 1) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v21 \\ v23c \\ v23n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v21}, {v23c}, {v23n}} {{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -b(1 + p13)}, {0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}
is Protected. >>

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VII, individuos tipo II, es:

$$MCC7I2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (p12c + p12n + 1) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -b(1 + p13)},
{0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}

Para poder aplicar Regla de Cramer , se construyen las matrices restantes;

$$MCC7V21 = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & -3 * b \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) & 1 - b * (p12c + p12n + p32) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & -b * (1 + p12c + p12n) \end{pmatrix}$$

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), -3 b, 0},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), 1 - b(1 + p12c + p12n),
-b(1 + p13)}, {-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n),
-b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}

MCC7V23C =

$$\begin{pmatrix} 1 & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & 0 \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

{{1, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), 0},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), -b(1 + p13)},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), 1 - b(1 + p13)}}

MCC7V23N =

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ 0 & 1 - b * (p12c + p12n + 1) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{0, -b(1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

v21 = Det[MCC7V21] / Det[MCC7I2]

$$\begin{aligned} & ((1 - b(1 + p13)) (3 b (-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)) + \\ & (1 - b(1 + p12c + p12n)) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n))) + \\ & b(1 + p13) (-b(1 + p12c + p12n) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)) + \\ & 3 b (-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n))) / \\ & (1 - 2 b - b p12c - b p12n - b p13) \end{aligned}$$

$$v_{23c} = \text{Det}[MCC7V23C] / \text{Det}[MCC7I2]$$

$$\frac{((1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + b(1 + p_{13})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})}$$

$$v_{23n} = \text{Det}[MCC7V23N] / \text{Det}[MCC7I2]$$

$$\frac{(b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo II es:

$$v_{21} > u_{21c} + v_{23c}$$

$$\frac{((1 - b(1 + p_{13}))(3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n}))(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + b(1 + p_{13})(-b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})} > u_{21c} + \frac{((1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + b(1 + p_{13})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})}$$

Individuos tipo III (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo III, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} v_{31c} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * v_{32} + \\ &\quad p_{13} * (u_{33c} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{31n} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + v_{31c}) * p_{13} * (u_{33n} + v_{31c}) + \\ &\quad p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{32} &= -c_{32} + b * (3 * v_{31c} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{21}) u_{32n}) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo III siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{32c} + v_{31c}; v_{32}; v_{31n}) = v_{32}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VII represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{31c} , v_{31n} y v_{32} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo III y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v31c \\ v31n \\ v32 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v31c}, {v31n}, {v32}} {{1 - b(p13 + p23c + p23n), -b(1 + p21), -b(p12c + p12n)}, {-b(1 + p23c + p23n), 1 - b(1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>

{{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VII, individuos tipo III, es:

$$MCC7I3 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)},
{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer, se construyen lasmatrices restantes;

$$MCC7V31C = \begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 1 - b (1 + p21), 0},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1}}

$$MCC7V31N = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p13 + p23c + p23n), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (p12c + p12n)},
{-b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0},
{-3 b, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1}}

$$MCC7V32 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c},
{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21),
-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-3 b, 0, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

v31c = Det[MCC7V31C] / Det[MCC7I3]

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p21)) (-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c) + \\ & b (p12c + p12n) (1 - b (1 + p21)) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) + \\ & b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p12c + 3 b^3 p12c - 3 b^2 p12n + 3 b^3 p12n - b p13 + b^2 p13 - b p21 - \\ & b^2 p21 + 3 b^3 p12c p21 + 3 b^3 p12n p21 + b^2 p13 p21 - b p23c - b p23n) \end{aligned}$$

$$v_{31n} = \text{Det}[\text{MCC7V31N}] / \text{Det}[\text{MCC7I3}]$$

$$\begin{aligned} & (b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) + \\ & (1 - b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n})) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & b (p_{12c} + p_{12n}) (-b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) + \\ & 3 b (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \end{aligned}$$

$$v_{32} = \text{Det}[\text{MCC7V32}] / \text{Det}[\text{MCC7I3}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - b^2 p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \\ & (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) - \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \end{aligned}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo III es:

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - b^2 p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \\ & (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) - \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) > \\ & u_{32c} + ((1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) + \\ & b (p_{12c} + p_{12n}) (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) + \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \end{aligned}$$

Probabilidades

Las probabilidades asociadas a la posible situación de cada uno de los individuos, dadas las estrategias seguidas por cada tipo de individuo, pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} p_{12c} &= p_{21c} * (1 / 3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{12n} * (1 / 3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) + p_{13} \\ p_{12n} &= p_{12c} * (1 / 3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1 / 3) * (1 + p_{32}) \\ p_{13} &= 0 \\ p_{21} &= 0 \\ p_{23c} &= p_{23c} * (1 / 3) * (1 + p_{12c} + p_{12n}) + p_{23n} * (1 / 3) * (1 + p_{12c} + p_{12n}) + p_{21} \\ p_{23n} &= p_{23c} * (1 / 3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1 / 3) * (1 + p_{13}) \\ p_{31c} &= p_{31c} * (1 / 3) * (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1 / 3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) + p_{32} \\ p_{31n} &= p_{31c} * (1 / 3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1 / 3) * (1 + p_{21}) \\ p_{32} &= p_{31c} * (1 / 3) * (p_{12c} + p_{12n}) \end{aligned}$$

$$p_{13} = 0$$

$$p_{21} = 0$$

$$p_{23c} / p_{23n} = (1 + p_{12c} + p_{12n}) / (1 + p_{13}) /. \{p_{13} \rightarrow 0, p_{12c} + p_{12n} + p_{13} \rightarrow 1\}$$

$$\left\{ \frac{p_{23c}}{p_{23n}} = 2 \right\}$$

$$\text{Solve}[\{p_{23c} / p_{23n} = 2, p_{23c} + p_{23n} = 1\}, \{p_{23c}, p_{23n}\}]$$

$$\left\{ \left\{ p_{23c} \rightarrow \frac{2}{3}, p_{23n} \rightarrow \frac{1}{3} \right\} \right\}$$

$$p_{31c} / p_{31n} = (1 + p_{23c} + p_{23n}) / (1 + p_{21}) /. \{p_{23c} \rightarrow 2 / 3, p_{23n} \rightarrow 1 / 3, p_{21} \rightarrow 0\}$$

$$\left\{ \frac{p_{31c}}{p_{31n}} = 2 \right\}$$

$$\text{Solve}[\{p_{31c} / p_{31n} = 2, p_{31c} + p_{31n} + (1 / 3) * p_{31c} = 1\}, \{p_{31c}, p_{31n}\}]$$

$$\left\{ \left\{ p_{31c} \rightarrow \frac{6}{11}, p_{31n} \rightarrow \frac{3}{11} \right\} \right\}$$

$$p_{32} = p_{31c} / 3 /. \{p_{31c} \rightarrow 6 / 11\}$$

$$\left\{ \frac{2}{11} \right\}$$

$$p_{12c} / p_{12n} = (1 + p_{31c} + p_{31n}) / (1 + p_{32}) /. \{p_{32} \rightarrow 2 / 11, p_{31c} \rightarrow 6 / 11, p_{31n} \rightarrow 3 / 11\}$$

$$\left\{ \frac{p_{12c}}{p_{12n}} = \left\{ \frac{20}{13} \right\} \right\}$$

$$\text{Solve}[\{p_{12c} / p_{12n} = 20 / 13, p_{12c} + p_{12n} = 1\}, \{p_{12c}, p_{12n}\}]$$

$$\left\{ \left\{ p_{12c} \rightarrow \frac{20}{33}, p_{12n} \rightarrow \frac{13}{33} \right\} \right\}$$

De este modo, se obtuvo un valor para cada una de las probabilidades involucradas:

$$p_{12c} = 20 / 33$$

$$p_{12n} = 13 / 33$$

$$p_{13} = 0$$

$$p_{21} = 0$$

$$p_{23c} = 2 / 3$$

$$p_{23n} = 1 / 3$$

$$p_{31c} = 6 / 11$$

$$p_{31n} = 3 / 11$$

$$p_{32} = 2 / 11$$

Cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

Para trabajar con las funciones de valor de los individuos, se supuso que $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$. En este apartado, se define lo que este supuesto va a implicar para cada uno de los jugadores.

- Individuo I

u13c + v12c > v12n

$$u13c + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c12 + b \left(\frac{9u11c}{11} + u13c \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c12 + b \left(\frac{9u11n}{11} + u13n \right) \right) \right) >$$

$$\frac{1}{1-3b} \left(\frac{20}{11} b \left(-c12 + b \left(\frac{9u11c}{11} + u13c \right) \right) + \left(1 - \frac{20b}{11} \right) \left(-c12 + b \left(\frac{9u11n}{11} + u13n \right) \right) \right)$$

■ Individuo II

u21c + v23c > v23n

$$u21c + \frac{1}{1-3b} \left((1-b) \left(-c23 + b \left(\frac{9u21c}{11} + \frac{13u22c}{11} \right) \right) + b \left(-c23 + b \left(\frac{9u21n}{11} + \frac{13u22n}{11} \right) \right) \right) >$$

$$\frac{1}{1-3b} \left(2b \left(-c23 + b \left(\frac{9u21c}{11} + \frac{13u22c}{11} \right) \right) + (1-2b) \left(-c23 + b \left(\frac{9u21n}{11} + \frac{13u22n}{11} \right) \right) \right)$$

■ Individuo III

u32c + v31c > v31n

$$u32c + ((1-b)(-c31 + b u33c) + b(-c31 + b(u32n + u33n)) + (1-b)b(-c32 + b(2u32n + u33n))) / (1 - 2b - 4b^2 + 3b^3) >$$

$$\frac{1}{1 - 2b - 4b^2 + 3b^3} (2b(-c31 + b u33c) + (1-b)(-c31 + b(u32n + u33n)) - b(3b(-c31 + b(u32n + u33n)) - 2b(-c32 + b(2u32n + u33n))))$$

A continuación, se escriben las condiciones necesarias para que el caso VII represente una situación de equilibrio, teniendo en cuenta los valores obtenidos para las probabilidades:

Condiciones necesarias para que el caso VII represente una situación de equilibrio.

v13 > u13c + v12c

$$\frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - 2b - \frac{13b^2}{11} \right) \left(-c13 + b \left(\frac{9u11n}{11} + \frac{24u13n}{11} \right) \right) - 3b \left(- \left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c12 + b \left(\frac{9u11c}{11} + u13c \right) \right) - \frac{13}{11} b \left(-c12 + b \left(\frac{9u11n}{11} + u13n \right) \right) \right) \right) >$$

$$u13c + \frac{1}{1-3b} \left(\left(1 - \frac{13b}{11} \right) \left(-c12 + b \left(\frac{9u11c}{11} + u13c \right) \right) + \frac{13}{11} b \left(-c12 + b \left(\frac{9u11n}{11} + u13n \right) \right) \right)$$

Assuming [b < 1 / 3, Factor [%32]]

$$-\frac{1}{121(-1+3b)} (-363bc12 - 121c13 + 242bc13 + 143b^2c13 + 297b^2u11c - 351b^3u11c + 99bu11n - 198b^2u11n + 234b^3u11n + 363b^2u13c - 429b^3u13c + 264bu13n - 528b^2u13n + 117b^3u13n) >$$

$$\frac{1}{121(-1+3b)} (121c12 - 99bu11c + 117b^2u11c - 117b^2u11n - 121u13c + 242bu13c + 143b^2u13c - 143b^2u13n)$$

FullSimplify[%36]

$$(-1 + 3b) (121 (-1 + 3b) c_{12} + 121 (c_{13} + u_{13c}) + b (-11 (22 + 13b) c_{13} + 9 (11 + b (-46 + 39b)) u_{11c} - 11 (9 u_{11n} + 22 u_{13c} + 24 u_{13n}) + b (9 (35 - 26b) u_{11n} - 506 u_{13c} + 429 b u_{13c} + 671 u_{13n} - 117 b u_{13n})) > 0$$

Se puede simplificar la expresión anteriormente obtenida, a modo de facilitar su comprensión:

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b * \left(\frac{9}{11} (u_{11n} - u_{11c}) + \frac{24}{11} u_{13n} + 2 u_{13c} + 2 c_{13} - 3 c_{12} + b * \left(\frac{13}{11} c_{13} + \frac{171}{50} u_{11c} - \frac{315}{121} u_{11n} + \frac{46}{11} u_{13c} - \frac{61}{11} u_{13n} \right) + b^2 * \left(\frac{234}{121} u_{11n} - \frac{351}{121} u_{11c} + \frac{117}{121} u_{13n} - \frac{39}{11} u_{13c} \right) \right)$$

v21 > u21c + v23c

$$\frac{1}{1 - 3b} \left((1 - b) \left(3b \left(-c_{23} + b \left(\frac{9 u_{21c}}{11} + \frac{13 u_{22c}}{11} \right) \right) + (1 - 2b) (-c_{21} + b (2 u_{21n} + u_{22n})) \right) + b \left(-2b (-c_{21} + b (2 u_{21n} + u_{22n})) + 3b \left(-c_{23} + b \left(\frac{9 u_{21n}}{11} + \frac{13 u_{22n}}{11} \right) \right) \right) \right) > u_{21c} + \frac{1}{1 - 3b} \left((1 - b) \left(-c_{23} + b \left(\frac{9 u_{21c}}{11} + \frac{13 u_{22c}}{11} \right) \right) + b \left(-c_{23} + b \left(\frac{9 u_{21n}}{11} + \frac{13 u_{22n}}{11} \right) \right) \right)$$

Factor[%33]

$$\frac{1}{11 (-1 + 3b)} \left(11 c_{21} - 33 b c_{21} + 33 b c_{23} - 27 b^2 u_{21c} + 27 b^3 u_{21c} - 22 b u_{21n} + 66 b^2 u_{21n} - 27 b^3 u_{21n} - 39 b^2 u_{22c} + 39 b^3 u_{22c} - 11 b u_{22n} + 33 b^2 u_{22n} - 39 b^3 u_{22n} \right) > \frac{1}{11 (-1 + 3b)} \left(11 c_{23} - 11 u_{21c} + 24 b u_{21c} + 9 b^2 u_{21c} - 9 b^2 u_{21n} - 13 b u_{22c} + 13 b^2 u_{22c} - 13 b^2 u_{22n} \right)$$

Assuming[b < 1 / 3, FullSimplify[%67]]

$$11 c_{23} + (-11 + 9 (-1 + b) b) u_{21c} + b ((22 - 9b) u_{21n} + 13 (-1 + b) u_{22c} + 11 u_{22n} - 13 b u_{22n}) > 11 c_{21}$$

Collect[%69, b, Simplify]

$$11 (c_{23} - u_{21c}) + b^2 (9 u_{21c} - 9 u_{21n} + 13 (u_{22c} - u_{22n})) + b (-9 u_{21c} + 22 u_{21n} - 13 u_{22c} + 11 u_{22n}) > 11 c_{21}$$

La expresión puede escribirse de la siguiente manera:

$$c_{23} - c_{21} > u_{21c} + b * \left(\frac{13}{11} u_{22c} - u_{22n} + \frac{9}{11} u_{21c} - 2 u_{21n} + b * \left(\frac{9}{11} (u_{21n} - u_{21c}) + \frac{13}{11} (u_{22n} - u_{22c}) \right) \right)$$

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

$$\frac{1}{1 - 2b - 4b^2 + 3b^3} \left((1 - 2b - b^2) (-c_{32} + b(2u_{32n} + u_{33n})) - 3b(-1 - b)(-c_{31} + bu_{33c}) - b(-c_{31} + b(u_{32n} + u_{33n})) \right) > u_{32c} + ((1 - b)(-c_{31} + bu_{33c}) + b(-c_{31} + b(u_{32n} + u_{33n})) + (1 - b)b(-c_{32} + b(2u_{32n} + u_{33n}))) / (1 - 2b - 4b^2 + 3b^3)$$

Assuming[$b < 1/3$, **Factor**[%34]]

$$(-3bc_{31} - c_{32} + 2bc_{32} + b^2c_{32} + 2bu_{32n} - 4b^2u_{32n} + b^3u_{32n} + 3b^2u_{33c} - 3b^3u_{33c} + bu_{33n} - 2b^2u_{33n} + 2b^3u_{33n}) / ((-1 + 3b)(-1 - b + b^2)) > (-c_{31} - bc_{32} + b^2c_{32} + u_{32c} - 2bu_{32c} - 4b^2u_{32c} + 3b^3u_{32c} + 3b^2u_{32n} - 2b^3u_{32n} + bu_{33c} - b^2u_{33c} + 2b^2u_{33n} - b^3u_{33n}) / ((-1 + 3b)(-1 - b + b^2))$$

Assuming[$b < 1/3$, **FullSimplify**[%72]]

$$(-1 + (-1 + b)b)(c_{31} - c_{32} + (-1 + (-1 + b)b)u_{32c} + b(-(-2 + b)u_{32n} + (-1 + b)(u_{33c} - u_{33n}))) < 0$$

La expresión puede escribirse de la siguiente manera:

$$c_{32} - c_{31} < -u_{32c} + b * (2u_{32n} - u_{32c} + u_{33n} - u_{33c} + b * (u_{32c} - u_{32n} + u_{33c} - u_{33n}))$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio:

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

$$v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii^*c} > v_{ii^*n}$, también debe cumplirse:

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso VII represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v_{13} < u_{13c} + v_{12c}$$

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$v_{32} > v_{31n}$$

$$\text{caso7} = \{v_{13} < u_{13c} + v_{12c} \ \&\& \ u_{13c} + v_{12c} > v_{12n} \ \&\& \ v_{21} < u_{21c} + v_{23c} \ \&\& \ u_{21c} + v_{23c} > v_{23n} \ \&\& \ v_{32} > v_{31n} \ \&\& \ 1/3 > b > 0 \ \&\& \ c_{13} > c_{12} > 0 \ \&\& \ c_{23} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{32} > c_{31} > 0 \ \&\& \ c_{23} > c_{12} > 0 \ \&\& \ c_{13} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{32} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{23} > c_{32} > 0 \ \&\& \ c_{13} > c_{32} > 0 \ \&\& \ c_{12} > c_{21} > 0 \ \&\& \ c_{12} > c_{31} > 0 \ \&\& \ c_{32} > c_{21} > 0 \ \&\& \ u_{33n} > u_{33c} > u_{32n} > u_{32c} > 0 \ \&\& \ u_{22n} > u_{22c} > u_{21n} > u_{21c} > 0 \ \&\& \ u_{11n} > u_{11c} > u_{13n} > u_{13c} > 0\}$$

A continuación, se evalúan las condiciones encontradas, para distintos valores que puede tomar la tasa de interés del mercado (para el período que va desde “t” a “t+1”). Dado que $\beta = \frac{1}{1+i}$; y que $b = \frac{\beta}{3}$, se analizarán los valores que toman las variables, asumiendo determinado valor para “b”, relacionado directamente con el valor de la tasa de interés que se está analizando.

Para empezar, se analiza que valores tomarían las variables si se asume $i = 50\%$, de modo que $b = 2/9$.

```
ReplaceAll[caso7,
  {b → 2 / 9, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]]
FindInstance[%156,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
{{u11c → 2.40404, u11n → 3.40404, u13c → 0.40404, u13n → 1.40404,
  u21c → 4.5094, u21n → 5.5094, u22c → 33.0233, u22n → 46.7802,
  u32c → 2.88889, u32n → 5.77778, u33c → 6.77778, u33n → 7.77778}}
```

Si la tasa de interés para el período comprendido entre “t” y “t + 1” fuese de un 10% ($i = 10\%$), β tomaría un valor de 10/11, y $b = 10/33$, y se asume que los costos de almacenamiento no se modifican:

```
ReplaceAll[caso7,
  {b → 10 / 33, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]]
FindInstance[%159,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
{{u11c → 5.59626, u11n → 6.89947, u13c → 0.39224, u13n → 0.620371,
  u21c → 4.81661, u21n → 5.81661, u22c → 26.7174, u22n → 37.1677,
  u32c → 2.30303, u32n → 4.60606, u33c → 5.60606, u33n → 6.60606}}
```

Si en vez de aumentar la tasa de interés disminuye, de forma tal de situarse en un valor de 2% por período, $i = 2\%$, $b = 50/153$, se tiene:

```
ReplaceAll[caso7,
  {b → 50 / 153, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]]
FindInstance[%161,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
{{u11c → 4.44754, u11n → 5.43795, u13c → 0.328835, u13n → 0.524735,
  u21c → 4.91251, u21n → 5.91251, u22c → 25.4925, u22n → 35.2826,
  u32c → 2.19346, u32n → 4.38693, u33c → 5.38693, u33n → 6.38693}}
```

Si las tasas de interés son aún menores, en valores cercanos al 0.5% por período por ejemplo (y asumiendo que los costos de almacenamiento no se modifican), se tiene que:

```
ReplaceAll[caso7,
  {b → 200 / 603, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]]
FindInstance[%163,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
{{u11c → 4.3658, u11n → 5.30074, u13c → 0.445727, u13n → 0.635342,
  u21c → 4.93255, u21n → 5.93255, u22c → 25.2651, u22n → 34.9313,
  u32c → 2.17334, u32n → 4.34668, u33c → 5.34668, u33n → 6.34668}}
```

```
Clear[p12c, p12n, p13, p21, p23c, p23n, p31c, p31n, p32, v12c, v12n,
v13, v21, v23c, v23n, v31c, v31n, v32, b, u11c, u11n, u13c, u13n, u21c,
u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n, c12, c13, c21, c23, c31, c32]

Clear[caso1, caso2, caso3, caso4, caso5, caso6, caso7, caso8]
```

Caso VIII: Todos los tipos de individuos siguen la estrategia especulativa.

Individuos tipo I (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo I, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned}
 v12c &= -c12 + b * (v12n + p21 * (u11c + v12c) + \\
 &\quad (p23c + p23n) * v13 + (p31c + p31n) * (u11c + v12c) + p32 * v12n) \\
 v12n &= -c12 + b * (v12n + p21 * (u11n + v12c) + (p23c + p23n) * (u13n + v12c) + \\
 &\quad (p31c + p31n) * (u11n + v12c) + p32 * v12n) \\
 v13 &= -c13 + b * (3 * v12c + (2 + p32) * u13n + (p31c + p31n) * u11n)
 \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo I siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u13c + v12c; v13; v12n) = v13$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v13 > u13c + v12c$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para $v12c$, $v12n$ y $v13$, en término de los niveles de utilidad y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix}
 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\
 -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\
 -3 * b & 0 & 1
 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v12c \\ v12n \\ v13 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix}
 -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\
 -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\
 -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n)
 \end{pmatrix}$$

Set::write : Tag Times in

```
{{v12c}, {v12n}, {v13}} {{1 - b(p21 + p31c + p31n), -b(1 + p32), -b(p23c + p23n)}, {-b(1 + p31c + p31n), 1 - b(1 + p32), 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>
```

```
{{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c},
{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)},
{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)}}
```

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VIII, individuos tipo I, es:

$$\text{MCC8I1} = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -b * (p23c + p23n) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)\}, \\ \{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), 0\}, \{-3 b, 0, 1\} \}$$

Para poder aplicar Regla de Cramer, se construyen las matrices restantes;

$$\text{MCC8V12C} = \begin{pmatrix} -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) & -b * (1 + p32) & -b \\ -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) & 1 - b * (1 + p32) & -b \\ -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\{ \{-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (1 + p32), -b (p23c + p23n)\}, \\ \{-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 1 - b (1 + p32), 0\}, \\ \{-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 0, 1\} \}$$

$$\text{MCC8V12N} = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (p21 + p31c + p31n), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c, -b (p23c + p23n)\}, \\ \{-b (1 + p31c + p31n), -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n), 0\}, \\ \{-3 b, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n), 1\} \}$$

$$\text{MCC8V13} = \begin{pmatrix} 1 - b * (p21 + p31c + p31n) & -b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11c) \\ -b * (1 + p31c + p31n) & 1 - b * (1 + p32) & -c12 + b * ((p21 + p31c + p31n) * u11n + (p23c + p23n) * u13n) \\ -3 * b & 0 & -c13 + b * ((p31c + p31n) * u11n + (2 + p32) * u13n) \end{pmatrix}$$

$$\{ \{1 - b (p21 + p31c + p31n), -b (1 + p32), -c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c\}, \\ \{-b (1 + p31c + p31n), 1 - b (1 + p32), \\ -c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)\}, \\ \{-3 b, 0, -c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)\} \}$$

$$v12c = \text{Det}[\text{MCC8V12C}] / \text{Det}[\text{MCC8I1}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p32)) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c) + \\ & b (1 + p32) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)) + \\ & b (p23c + p23n) (1 - b (1 + p32)) (-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p21 + b^2 p21 - 3 b^2 p23c + 3 b^3 p23c - 3 b^2 p23n + 3 b^3 p23n - \\ & b p31c - b p31n - b p32 - b^2 p32 + b^2 p21 p32 + 3 b^3 p23c p32 + 3 b^3 p23n p32) \end{aligned}$$

$$v12n = \text{Det}[\text{MCC8V12N}] / \text{Det}[\text{MCC8I1}]$$

$$\begin{aligned} & (b (1 + p31c + p31n) (-c12 + b (p21 + p31c + p31n) u11c) + \\ & (1 - b (p21 + p31c + p31n)) (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)) - \\ & b (p23c + p23n) (3 b (-c12 + b ((p21 + p31c + p31n) u11n + (p23c + p23n) u13n)) - \\ & b (1 + p31c + p31n) (-c13 + b ((p31c + p31n) u11n + (2 + p32) u13n)))) / \\ & (1 - b - b^2 - b p21 + b^2 p21 - 3 b^2 p23c + 3 b^3 p23c - 3 b^2 p23n + 3 b^3 p23n - b p31c - \\ & b p31n - b p32 - b^2 p32 + b^2 p21 p32 + 3 b^3 p23c p32 + 3 b^3 p23n p32) \end{aligned}$$

$$v_{13} = \text{Det}[\text{MCC8V13}] / \text{Det}[\text{MCC8I1}]$$

$$\left((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \right. \\ \left. (-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n})) - \right. \\ \left. 3 b (- (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) - \right. \\ \left. b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) \right) / \\ (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32})$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo I es:

$$v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

$$\left((1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32}) \right. \\ \left. (-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n})) - \right. \\ \left. 3 b (- (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) - \right. \\ \left. b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n}))) \right) / \\ (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - b p_{31c} - \\ b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32}) > \\ u_{13c} + ((1 - b (1 + p_{32})) (-c_{12} + b (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11c}) + \\ b (1 + p_{32}) (-c_{12} + b ((p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{13n})) + \\ b (p_{23c} + p_{23n}) (1 - b (1 + p_{32})) (-c_{13} + b ((p_{31c} + p_{31n}) u_{11n} + (2 + p_{32}) u_{13n}))) / \\ (1 - b - b^2 - b p_{21} + b^2 p_{21} - 3 b^2 p_{23c} + 3 b^3 p_{23c} - 3 b^2 p_{23n} + 3 b^3 p_{23n} - \\ b p_{31c} - b p_{31n} - b p_{32} - b^2 p_{32} + b^2 p_{21} p_{32} + 3 b^3 p_{23c} p_{32} + 3 b^3 p_{23n} p_{32})$$

Individuos tipo II (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo II, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$v_{21} = -c_{21} + b * (3 * v_{23c} + (p_{12c} + p_{12n}) * u_{22n} * (2 + p_{13}) * u_{13n}) \\ v_{23c} = -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22c} + v_{23c}) + \\ p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21c} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22c} + v_{23c})) \\ v_{23n} = -c_{23} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{22n} + v_{23c}) + p_{13} * v_{23n} + v_{23n} + \\ (p_{31c} + p_{31n}) * (u_{21n} + v_{23c}) + p_{32} * (u_{22n} + v_{23c}))$$

Para que el individuo tipo II siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx } (u_{21c} + v_{23c}; v_{21}; v_{23n}) = u_{21c} + v_{23c}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{23c} , v_{23n} y v_{21} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo II y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (1 + p12c + p12n) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v21 \\ v23c \\ v23n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v21}, {v23c}, {v23n}} {{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b(1 + p12c + p12n), -b(1 + p13)}, {0, -b(1 + p12c + p12n), 1 - b(1 + p13)}}
is Protected. >>

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VIII, individuos tipo II, es:

$$MCC8I2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 * b & 0 \\ 0 & 1 - b * (1 + p12c + p12n) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, 0}, {0, 1 - b (1 + p12c + p12n), -b (1 + p13)},
{0, -b (1 + p12c + p12n), 1 - b (1 + p13)}}

Para poder aplicar Regla de Cramer , se construyen las matrices restantes;

$$MCC8V21 = \begin{pmatrix} -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & -3 * b \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) & 1 - b * (1 + p12c + p12n) \\ -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & -b * (1 + p12c + p12n) \end{pmatrix}$$

{{-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), -3 b, 0},
{-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), 1 - b (1 + p12c + p12n),
-b (1 + p13)}, {-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n),
-b (1 + p12c + p12n), 1 - b (1 + p13)}}

MCC8V23C =

$$\begin{pmatrix} 1 & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) & 0 \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) & -b * (1 + p13) \\ 0 & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) & 1 - b * (1 + p13) \end{pmatrix}$$

{{1, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n), 0},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c), -b (1 + p13)},
{0, -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n), 1 - b (1 + p13)}}

MCC8V23N =

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 * b & -c21 + b * ((p12c + p12n) * u22n + (2 + p13) * u21n) \\ 0 & 1 - b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22c + (p31c + p31n) * u21c) \\ 0 & -b * (1 + p12c + p12n) & -c23 + b * ((p12c + p12n + p32) * u22n + (p31c + p31n) * u21n) \end{pmatrix}$$

{{1, -3 b, -c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)},
{0, 1 - b (1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)},
{0, -b (1 + p12c + p12n), -c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n)}}

v21 = Det[MCC8V21] / Det[MCC8I2]

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p13)) (3 b (-c23 + b ((p31c + p31n) u21c + (p12c + p12n + p32) u22c)) + \\ & (1 - b (1 + p12c + p12n)) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n))) + \\ & b (1 + p13) (-b (1 + p12c + p12n) (-c21 + b ((2 + p13) u21n + (p12c + p12n) u22n)) + \\ & 3 b (-c23 + b ((p31c + p31n) u21n + (p12c + p12n + p32) u22n))) / \\ & (1 - 2 b - b p12c - b p12n - b p13) \end{aligned}$$

$$v_{23c} = \text{Det}[MCC8V23C] / \text{Det}[MCC8I2]$$

$$\frac{((1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + b(1 + p_{13})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})}$$

$$v_{23n} = \text{Det}[MCC8V23N] / \text{Det}[MCC8I2]$$

$$\frac{(b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo II es:

$$v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

$$\frac{((1 - b(1 + p_{13}))(3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + (1 - b(1 + p_{12c} + p_{12n}))(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + b(1 + p_{13})(-b(1 + p_{12c} + p_{12n})(-c_{21} + b((2 + p_{13})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n})u_{22n}))) + 3b(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n}))))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})} < u_{21c} + \frac{((1 - b(1 + p_{13}))(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21c} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22c})) + b(1 + p_{13})(-c_{23} + b((p_{31c} + p_{31n})u_{21n} + (p_{12c} + p_{12n} + p_{32})u_{22n})))}{(1 - 2b - b p_{12c} - b p_{12n} - b p_{13})}$$

Individuos tipo III (Estrategia especulativa)

Las funciones de valor de los individuos tipo III, dadas las estrategias planteadas en el enunciado, son:

$$\begin{aligned} v_{31c} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * v_{32} + \\ &\quad p_{13} * (u_{33c} + v_{31c}) + p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33c} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{31n} &= -c_{31} + b * ((p_{12c} + p_{12n}) * (u_{32n} + v_{31c}) * p_{13} * (u_{33n} + v_{31c}) + \\ &\quad p_{21} * v_{31n} + (p_{23c} + p_{23n}) * (u_{33n} + v_{31c}) + v_{31n}) \\ v_{32} &= -c_{32} + b * (3 * v_{31c} + (p_{23c} + p_{23n}) * u_{33n} + (2 + p_{21}) * u_{32n}) \end{aligned}$$

Para que el individuo tipo III siga la estrategia especulativa, dadas las estrategias seguidas por los demás individuos, debe cumplirse que:

$$\text{Máx}(u_{32c} + v_{31c}; v_{32}; v_{31n}) = v_{32}$$

$$\text{O, lo que es equivalente } v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Esta expresión representa una condición necesaria para que el caso VI represente una situación de equilibrio. Si se expresan las funciones de valor como un sistema de ecuaciones en forma matricial, para poder luego obtener expresiones para v_{31c} , v_{31n} y v_{32} , en término de los niveles de utilidad del individuo tipo III y realizar las comparaciones correspondientes, se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v31c \\ v31n \\ v32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

Set:write : Tag Times in

{{v31c}, {v31n}, {v32}} {{1 - b(p13 + p23c + p23n), -b(1 + p21), -b(p12c + p12n)}, {-b(1 + p23c + p23n), 1 - b(1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}} is Protected. >>

{{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

La matriz de coeficientes del sistema, para el caso VI, individuos tipo III, es:

$$MCC8I3 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -3 * b & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)},
{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21), 0}, {-3 b, 0, 1}}

Para poder aplicar Regla de Cramer, se construyen las matrices restantes;

$$MCC8V31C = \begin{pmatrix} -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) & -b * (1 + p21) & -b * (p12c + p12n) \\ -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) & 1 - b * (1 + p21) & 0 \\ -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

{{-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (1 + p21), -b (p12c + p12n)},
{-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 1 - b (1 + p21), 0},
{-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 0, 1}}

$$MCC8V31N = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p13 + p23c + p23n), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c, -b (p12c + p12n)},
{-b (1 + p23c + p23n), -c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n), 0},
{-3 b, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n), 1}}

$$MCC8V32 = \begin{pmatrix} 1 - b * (p13 + p23c + p23n) & -b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33c) \\ -b * (1 + p23c + p23n) & 1 - b * (1 + p21) & -c31 + b * ((p13 + p23c + p23n) * u33n + (p12c + p12n) * u32n) \\ -3 * b & 0 & -c32 + b * ((p23c + p23n) * u33n + (2 + p21) * u32n) \end{pmatrix}$$

{{1 - b (p13 + p23c + p23n), -b (1 + p21), -c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c},
{-b (1 + p23c + p23n), 1 - b (1 + p21),
-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n)},
{-3 b, 0, -c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)}}

$$v31c = \text{Det}[MCC8V31C] / \text{Det}[MCC8I3]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b (1 + p21)) (-c31 + b (p13 + p23c + p23n) u33c) + \\ & b (p12c + p12n) (1 - b (1 + p21)) (-c32 + b ((2 + p21) u32n + (p23c + p23n) u33n)) + \\ & b (1 + p21) (-c31 + b ((p12c + p12n) u32n + (p13 + p23c + p23n) u33n))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p12c + 3 b^3 p12c - 3 b^2 p12n + 3 b^3 p12n - b p13 + b^2 p13 - b p21 - \\ & b^2 p21 + 3 b^3 p12c p21 + 3 b^3 p12n p21 + b^2 p13 p21 - b p23c - b p23n) \end{aligned}$$

$$v_{31n} = \text{Det}[\text{MCC8V31N}] / \text{Det}[\text{MCC8I3}]$$

$$\begin{aligned} & (b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) + \\ & (1 - b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n})) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & b (p_{12c} + p_{12n}) (-b (1 + p_{23c} + p_{23n}) (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) + \\ & 3 b (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \end{aligned}$$

$$v_{32} = \text{Det}[\text{MCC8V32}] / \text{Det}[\text{MCC8I3}]$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - b^2 p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \\ & (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) - \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \end{aligned}$$

La condición necesaria para que el caso VI constituya una situación de equilibrio, respecto de los individuos de tipo III es:

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

$$\begin{aligned} & ((1 - b - b^2 - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - b^2 p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \\ & (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) - \\ & 3 b (- (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) - \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) > \\ & u_{32c} + ((1 - b (1 + p_{21})) (-c_{31} + b (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33c}) + \\ & b (p_{12c} + p_{12n}) (1 - b (1 + p_{21})) (-c_{32} + b ((2 + p_{21}) u_{32n} + (p_{23c} + p_{23n}) u_{33n})) + \\ & b (1 + p_{21}) (-c_{31} + b ((p_{12c} + p_{12n}) u_{32n} + (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) u_{33n}))) / \\ & (1 - b - b^2 - 3 b^2 p_{12c} + 3 b^3 p_{12c} - 3 b^2 p_{12n} + 3 b^3 p_{12n} - b p_{13} + b^2 p_{13} - b p_{21} - \\ & b^2 p_{21} + 3 b^3 p_{12c} p_{21} + 3 b^3 p_{12n} p_{21} + b^2 p_{13} p_{21} - b p_{23c} - b p_{23n}) \end{aligned}$$

Probabilidades

Dadas las estrategias seguidas por todos los tipos de individuos, los valores que tomarán las probabilidades, estarán determinados por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p_{12c} &= p_{12c} * (1 / 3) * (p_{21} + p_{31c} + p_{31n}) + p_{12n} * (1 / 3) * (1 + p_{31c} + p_{31n}) \\ p_{12n} &= p_{12c} * (1 / 3) * (1 + p_{32}) + p_{12n} * (1 / 3) * (1 + p_{32}) \\ p_{13} &= p_{12c} * (1 / 3) * (p_{23c} + p_{23n}) \\ p_{21} &= 0 \\ p_{23c} &= p_{23c} * (1 / 3) * (1 + p_{12c} + p_{12n}) + p_{23n} * (1 / 3) * (1 + p_{12c} + p_{12n}) + p_{21} \\ p_{23n} &= p_{23c} * (1 / 3) * (1 + p_{13}) + p_{23n} * (1 / 3) * (1 + p_{13}) \\ p_{31c} &= p_{31c} * (1 / 3) * (p_{13} + p_{23c} + p_{23n}) + p_{31n} * (1 / 3) * (1 + p_{23c} + p_{23n}) \\ p_{31n} &= p_{31c} * (1 / 3) * (1 + p_{21}) + p_{31n} * (1 / 3) * (1 + p_{21}) \\ p_{32} &= p_{31c} * (1 / 3) * (p_{12c} + p_{12n}) \end{aligned}$$

$$p_{31c} / p_{31n} = (1 + p_{23c} + p_{23n}) / (1 + p_{21}) /. \{ \{ p_{21} \rightarrow 0, p_{23c} + p_{23n} \rightarrow 1 \} \}$$

$$\left\{ \frac{p_{31c}}{p_{31n}} = 2 \right\}$$

$$p_{23c} / p_{23n} = (1 + p_{12c} + p_{12n}) / (1 + p_{13}) /. \{ \{ p_{13} \rightarrow p_{12c} / 3 \} \}$$

$$\left\{ \frac{p_{23c}}{p_{23n}} = \frac{1 + p_{12c} + p_{12n}}{1 + \frac{p_{12c}}{3}} \right\}$$

$$p_{12c} / p_{12n} = (1 + p_{31c} + p_{31n}) / (1 + p_{32}) /. \{ \{ p_{32} \rightarrow p_{31c} / 3 * (p_{12c} + p_{12n}) \} \}$$

$$\left\{ \frac{p_{12c}}{p_{12n}} = \frac{1 + p_{31c} + p_{31n}}{1 + \frac{1}{3} (p_{12c} + p_{12n}) p_{31c}} \right\}$$

$$\text{Solve} \left[\left\{ \frac{p_{31c}}{p_{31n}} = 2, \frac{p_{23c}}{p_{23n}} = \frac{1 + p_{12c} + p_{12n}}{1 + \frac{p_{12c}}{3}}, \frac{p_{12c}}{p_{12n}} = \frac{1 + p_{31c} + p_{31n}}{1 + \frac{1}{3} (p_{12c} + p_{12n}) p_{31c}} \right\}, \right.$$

$$\left. p_{12c} * (4 / 3) + p_{12n} = 1, p_{23c} + p_{23n} = 1, p_{31c} + p_{31n} + p_{31c} / 3 * (p_{12c} + p_{12n}) = 1 \right\},$$

$$\{ p_{12c}, p_{12n}, p_{23c}, p_{23n}, p_{31c}, p_{31n} \}$$

$$\left\{ \left\{ p_{12c} \rightarrow \frac{3}{40} (121 - 9 \sqrt{161}), p_{12n} \rightarrow \frac{3}{10} (-37 + 3 \sqrt{161}), p_{23c} \rightarrow \frac{1}{120} (-41 + 9 \sqrt{161}), \right. \right.$$

$$\left. p_{23n} \rightarrow \frac{1}{120} (161 - 9 \sqrt{161}), p_{31c} \rightarrow \frac{1}{3} (-11 + \sqrt{161}), p_{31n} \rightarrow \frac{1}{6} (-11 + \sqrt{161}) \right\},$$

$$\left\{ \left\{ p_{12c} \rightarrow \frac{3}{40} (121 + 9 \sqrt{161}), p_{12n} \rightarrow \frac{3}{10} (-37 - 3 \sqrt{161}), p_{23c} \rightarrow \frac{1}{120} (-41 - 9 \sqrt{161}), \right. \right.$$

$$\left. p_{23n} \rightarrow \frac{1}{120} (161 + 9 \sqrt{161}), p_{31c} \rightarrow \frac{1}{3} (-11 - \sqrt{161}), p_{31n} \rightarrow \frac{1}{6} (-11 - \sqrt{161}) \right\}$$

N[%26]

$$\{ \{ p_{12c} \rightarrow 0.51021, p_{12n} \rightarrow 0.31972, p_{23c} \rightarrow 0.609977, p_{23n} \rightarrow 0.390023, \\ p_{31c} \rightarrow 0.562859, p_{31n} \rightarrow 0.28143 \}, \{ p_{12c} \rightarrow 17.6398, p_{12n} \rightarrow -22.5197, \\ p_{23c} \rightarrow -1.29331, p_{23n} \rightarrow 2.29331, p_{31c} \rightarrow -7.89619, p_{31n} \rightarrow -3.9481 \} \}$$

Dada la resolución de *Mathematica*, y teniendo en cuenta que se está trabajando con probabilidades, los valores aproximados que tomarán las probabilidades son:

$$p_{12c} = 0.51$$

$$p_{12n} = 0.32$$

$$p_{13} = 0.17$$

$$p_{23c} = 0.61$$

$$p_{23n} = 0.39$$

$$p_{21} = 0$$

$$p_{31c} = 0.56$$

$$p_{31n} = 0.28$$

$$p_{32} = 0.16$$

Cumplimiento del supuesto $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$

Para trabajar con las funciones de valor de los individuos, se supuso que $u_{ijc} + V_{ii}^*c > V_{ii}^*n$. En

este apartado, se define lo que este supuesto va a implicar para cada uno de los jugadores.

■ Individuo I

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{13c} + ((1 - 1.16b)(-c_{12} + 0.84bu_{11c}) + 1.16b(-c_{12} + b(0.84u_{11n} + 1. u_{13n})) + 1. (1 - 1.16b)b(-c_{13} + b(0.84u_{11n} + 2.16u_{13n}))) / (1. - 2. b - 4.16b^2 + 3.48b^3) > (1.84b(-c_{12} + 0.84bu_{11c}) + (1 - 0.84b)(-c_{12} + b(0.84u_{11n} + 1. u_{13n})) - 1. b(3b(-c_{12} + b(0.84u_{11n} + 1. u_{13n})) - 1.84b(-c_{13} + b(0.84u_{11n} + 2.16u_{13n})))) / (1. - 2. b - 4.16b^2 + 3.48b^3)$$

■ Individuo II

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{21c} + \frac{1}{1 - 3. b} ((1 - 1.17b)(-c_{23} + b(0.84u_{21c} + 0.99u_{22c})) + 1.17b(-c_{23} + b(0.84u_{21n} + 0.99u_{22n}))) > \frac{1}{1 - 3. b} (1.83b(-c_{23} + b(0.84u_{21c} + 0.99u_{22c})) + (1 - 1.83b)(-c_{23} + b(0.84u_{21n} + 0.99u_{22n})))$$

■ Individuo III

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

$$u_{32c} + ((1 - b)(-c_{31} + 1.17bu_{33c}) + 0.83(1 - b)b(-c_{32} + b(2u_{32n} + 1. u_{33n})) + b(-c_{31} + b(0.83u_{32n} + 1.17u_{33n}))) / (1. - 2.17b - 3.32b^2 + 2.49b^3) > (2. b(-c_{31} + 1.17bu_{33c}) + (1 - 1.17b)(-c_{31} + b(0.83u_{32n} + 1.17u_{33n})) - 0.83b(-2. b(-c_{32} + b(2u_{32n} + 1. u_{33n})) + 3b(-c_{31} + b(0.83u_{32n} + 1.17u_{33n})))) / (1. - 2.17b - 3.32b^2 + 2.49b^3)$$

Condiciones necesarias para que el caso VIII represente una situación de equilibrio.

A continuación, se vuelven a evaluar las condiciones para que el caso VIII represente una situación de equilibrio, reemplazando las probabilidades por el valor obtenido para cada una de ellas:

$$v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

$$((1. - 2. b - 1.16b^2)(-c_{13} + b(0.84u_{11n} + 2.16u_{13n})) - 3b(-(1 - 1.16b)(-c_{12} + 0.84bu_{11c}) - 1.16b(-c_{12} + b(0.84u_{11n} + 1. u_{13n})))) / (1. - 2. b - 4.16b^2 + 3.48b^3) > u_{13c} + ((1 - 1.16b)(-c_{12} + 0.84bu_{11c}) + 1.16b(-c_{12} + b(0.84u_{11n} + 1. u_{13n})) + 1. (1 - 1.16b)b(-c_{13} + b(0.84u_{11n} + 2.16u_{13n}))) / (1. - 2. b - 4.16b^2 + 3.48b^3)$$

Assuming[$b < 1/3$, **Factor**[%73]]

$$\frac{1}{0.287356 - 0.574713 b - 1.1954 b^2 + 1. b^3} \left(0.56 \left(-1.53941 b c_{12} - 0.513136 c_{13} + 1.02627 b c_{13} + 0.595238 b^2 c_{13} + 1.2931 b^2 u_{11c} - 1.5 b^3 u_{11c} + 0.431034 b u_{11n} - 0.862069 b^2 u_{11n} + 1. b^3 u_{11n} + 1.10837 b u_{13n} - 2.21675 b^2 u_{13n} + 0.5 b^3 u_{13n} \right) \right)$$

$$\frac{1}{0.287356 - 0.574713 b - 1.1954 b^2 + 1. b^3} \left(1. \left(-0.287356 c_{12} - 0.287356 b c_{13} + 0.333333 b^2 c_{13} + 0.241379 b u_{11c} - 0.28 b^2 u_{11c} + 0.521379 b^2 u_{11n} - 0.28 b^3 u_{11n} + 0.287356 u_{13c} - 0.574713 b u_{13c} - 1.1954 b^2 u_{13c} + 1. b^3 u_{13c} + 0.954023 b^2 u_{13n} - 0.72 b^3 u_{13n} \right) \right)$$

Dado que la expresión $\frac{1}{0.287356 - 0.574713 b - 1.1954 b^2 + 1. b^3}$ es positiva para los valores de b que pertenecen al intervalo (0, 1/3), se puede realizar la siguiente comparación:

$$0.5599999999999999 \left(-1.539408866995074 b c_{12} - 0.513136288998358 c_{13} + 1.026272577996716 b c_{13} + 0.5952380952380952 b^2 c_{13} + 1.2931034482758623 b^2 u_{11c} - 1.5000000000000002 b^3 u_{11c} + 0.4310344827586208 b u_{11n} - 0.8620689655172415 b^2 u_{11n} + 1. b^3 u_{11n} + 1.1083743842364533 b u_{13n} - 2.2167487684729066 b^2 u_{13n} + 0.4999999999999999 b^3 u_{13n} \right) >$$

$$1. \left(-0.28735632183908044 c_{12} - 0.28735632183908044 b c_{13} + 0.3333333333333332 b^2 c_{13} + 0.24137931034482757 b u_{11c} - 0.27999999999999997 b^2 u_{11c} + 0.5213793103448275 b^2 u_{11n} - 0.27999999999999997 b^3 u_{11n} + 0.28735632183908044 u_{13c} - 0.5747126436781609 b u_{13c} - 1.1954022988505748 b^2 u_{13c} + 1. b^3 u_{13c} + 0.954022988505747 b^2 u_{13n} - 0.7199999999999999 b^3 u_{13n} \right)$$

$$0.56 \left(-1.53941 b c_{12} - 0.513136 c_{13} + 1.02627 b c_{13} + 0.595238 b^2 c_{13} + 1.2931 b^2 u_{11c} - 1.5 b^3 u_{11c} + 0.431034 b u_{11n} - 0.862069 b^2 u_{11n} + 1. b^3 u_{11n} + 1.10837 b u_{13n} - 2.21675 b^2 u_{13n} + 0.5 b^3 u_{13n} \right) >$$

$$1. \left(-0.287356 c_{12} - 0.287356 b c_{13} + 0.333333 b^2 c_{13} + 0.241379 b u_{11c} - 0.28 b^2 u_{11c} + 0.521379 b^2 u_{11n} - 0.28 b^3 u_{11n} + 0.287356 u_{13c} - 0.574713 b u_{13c} - 1.1954 b^2 u_{13c} + 1. b^3 u_{13c} + 0.954023 b^2 u_{13n} - 0.72 b^3 u_{13n} \right)$$

Assuming[$b < 1/3$, **FullSimplify**[%117]]

$$(0.287356 - 0.862069 b) c_{12} + b \left((0.862069 + 5.55112 \times 10^{-17} b) c_{13} - 0.241379 u_{11c} + 0.241379 u_{11n} + 0.574713 u_{13c} + 0.62069 u_{13n} + b \left((1.00414 - 0.84 b) u_{11c} + (-1.00414 + 0.84 b) u_{11n} + 1.1954 u_{13c} - 1. b u_{13c} - 2.1954 u_{13n} + 1. b u_{13n} \right) \right) > 0.287356 c_{13} + 0.287356 u_{13c}$$

La condición puede reescribirse, como se muestra a continuación:

$$c_{13} - c_{12} < -u_{13c} + b \left(3 * (c_{13} - c_{12}) + \frac{21}{25} (u_{11n} - u_{11c}) + 2 u_{13c} - \frac{54}{25} u_{13n} + b \left(\frac{349}{100} (u_{11c} - u_{11n}) + \frac{104}{25} u_{13c} - \frac{191}{25} u_{13n} \right) + b^2 \left(\frac{73}{25} (u_{11n} - u_{11c}) + \frac{87}{25} (u_{13n} - u_{13c}) \right) \right)$$

$$v21 < u21c + v23c$$

$$\frac{1}{1 - 3 \cdot b} \left((1 - 1.17 b) (3 b (-c23 + b (0.84 u21c + 0.99 u22c)) + (1 - 1.83 b) (-c21 + b (2.17 u21n + 0.83 u22n))) + 1.17 b (-1.83 b (-c21 + b (2.17 u21n + 0.83 u22n)) + 3 b (-c23 + b (0.84 u21n + 0.99 u22n))) \right) < u21c + \frac{1}{1 - 3 \cdot b} \left((1 - 1.17 b) (-c23 + b (0.84 u21c + 0.99 u22c)) + 1.17 b (-c23 + b (0.84 u21n + 0.99 u22n)) \right)$$

Assuming[$b < 1 / 3$, **Factor**[%74]]

$$\frac{1}{-0.333333 + 1 \cdot b} \left(0.9828 \left(0.339167 c21 - 1.0175 b c21 + 1.0175 b c23 - 0.854701 b^2 u21c + 1 \cdot b^3 u21c - 0.735992 b u21n + 2.20798 b^2 u21n - 1 \cdot b^3 u21n - 1.00733 b^2 u22c + 1.17857 b^3 u22c - 0.281509 b u22n + 0.844526 b^2 u22n - 1.17857 b^3 u22n \right) < \left(0.3276 \left(1.0175 c23 - 1.0175 u21c + 2.1978 b u21c + 1 \cdot b^2 u21c - 1 \cdot b^2 u21n - 1.00733 b u22c + 1.17857 b^2 u22c - 1.17857 b^2 u22n \right) \right) / (-0.333333 + 1 \cdot b)$$

Dado que la expresión $\frac{1}{-0.333333 + 1 \cdot b}$ es negativa para valores de "b" que pertenecen al intervalo (0,1/3), se puede simplificar la condición anterior de la siguiente manera:

0.9828000000000002`

$$\left(0.3391670058336725` c21 - 1.0175010175010173` b c21 + 1.0175010175010173` b c23 - 0.8547008547008548` b^2 u21c + 1.` b^3 u21c - 0.7359924026590692` b u21n + 2.2079772079772075` b^2 u21n - 1.` b^3 u21n - 1.0073260073260073` b^2 u22c + 1.1785714285714284` b^3 u22c - 0.28150861484194817` b u22n + 0.8445258445258444` b^2 u22n - 1.1785714285714284` b^3 u22n \right) > 0.32760000000000006` \left(1.0175010175010175` c23 - 1.0175010175010175` u21c + 2.1978021978021975` b u21c + 1.` b^2 u21c - 1.` b^2 u21n - 1.0073260073260075` b u22c + 1.1785714285714286` b^2 u22c - 1.1785714285714286` b^2 u22n \right)$$

$$0.9828 \left(0.339167 c21 - 1.0175 b c21 + 1.0175 b c23 - 0.854701 b^2 u21c + 1 \cdot b^3 u21c - 0.735992 b u21n + 2.20798 b^2 u21n - 1 \cdot b^3 u21n - 1.00733 b^2 u22c + 1.17857 b^3 u22c - 0.281509 b u22n + 0.844526 b^2 u22n - 1.17857 b^3 u22n \right) > 0.3276 \left(1.0175 c23 - 1.0175 u21c + 2.1978 b u21c + 1 \cdot b^2 u21c - 1 \cdot b^2 u21n - 1.00733 b u22c + 1.17857 b^2 u22c - 1.17857 b^2 u22n \right)$$

Assuming[$b < 1 / 3$, **FullSimplify**[%121]]

$$\left(0.339167 - 1.0175 b \right) c21 + 0.339167 u21c + b \left(1.0175 c23 + (-0.732601 + b (-1.18803 + 1 \cdot b)) u21c - 0.735992 u21n + 0.335775 u22c - 0.281509 u22n + b \left(2.54131 - 1 \cdot b \right) u21n - 1.40018 u22c + 1.17857 b u22c + 1.23738 u22n - 1.17857 b u22n \right) > 0.339167 c23$$

Collect[%122, b]

$$0.339167 c21 + 0.339167 u21c + b^3 \left(1 \cdot u21c - 1 \cdot u21n + 1.17857 u22c - 1.17857 u22n \right) + b \left(-1.0175 c21 + 1.0175 c23 - 0.732601 u21c - 0.735992 u21n + 0.335775 u22c - 0.281509 u22n \right) + b^2 \left(-1.18803 u21c + 2.54131 u21n - 1.40018 u22c + 1.23738 u22n \right) > 0.339167 c23$$

De este modo, se puede escribir la condición necesaria para que el caso VIII represente una situación de equilibrio en el caso del individuo tipo II de la siguiente manera:

$$c_{23} - c_{21} < u_{21c} + b * \left(3 (c_{23} - c_{21}) - \frac{54}{25} (u_{21c} + u_{21n}) + \right. \\ \left. u_{22c} - \frac{83}{100} u_{22n} + b * \left(\frac{749}{100} u_{21n} - \frac{7}{2} u_{21c} + \frac{73}{20} u_{22n} - \frac{413}{100} u_{22c} \right) + \right. \\ \left. b^2 * \left(\frac{59}{20} (u_{21c} - u_{21n}) + \frac{87}{25} (u_{22c} - u_{22c}) \right) \right)$$

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

$$\left((1. - 2.17b - 0.83b^2) (-c_{32} + b (2u_{32n} + 1. u_{33n})) - \right. \\ \left. 3b (- (1 - b) (-c_{31} + 1.17b u_{33c}) - b (-c_{31} + b (0.83u_{32n} + 1.17u_{33n}))) \right) / \\ (1. - 2.17b - 3.32b^2 + 2.49b^3) > \\ u_{32c} + ((1 - b) (-c_{31} + 1.17b u_{33c}) + 0.83 (1 - b) b (-c_{32} + b (2u_{32n} + 1. u_{33n})) + \\ b (-c_{31} + b (0.83u_{32n} + 1.17u_{33n}))) / (1. - 2.17b - 3.32b^2 + 2.49b^3)$$

Assuming [b < 1 / 3, Factor [%75]]

$$\frac{1}{0.401606 - 0.871486b - 1.33333b^2 + 1. b^3} \\ 0.333333 (-3.61446b c_{31} - 1.20482 c_{32} + 2.61446b c_{32} + 1. b^2 c_{32} + \\ 2.40964b u_{32n} - 5.22892b^2 u_{32n} + 1. b^3 u_{32n} + 4.22892b^2 u_{33c} - \\ 4.22892b^3 u_{33c} + 1.20482b u_{33n} - 2.61446b^2 u_{33n} + 3.22892b^3 u_{33n}) > \\ \frac{1}{0.401606 - 0.871486b - 1.33333b^2 + 1. b^3} \\ 1. (-0.401606 c_{31} - 0.333333b c_{32} + 0.333333b^2 c_{32} + 0.401606 u_{32c} - \\ 0.871486b u_{32c} - 1.333333b^2 u_{32c} + 1. b^3 u_{32c} + 1. b^2 u_{32n} - 0.666667b^3 u_{32n} + \\ 0.46988b u_{33c} - 0.46988b^2 u_{33c} + 0.803213b^2 u_{33n} - 0.333333b^3 u_{33n})$$

Si se tiene en cuenta que la expresión $\frac{1}{0.401606 - 0.871486b - 1.33333b^2 + 1. b^3}$ es positiva para valores de "b" que pertenecen al intervalo (0,1/3), se puede reescribir la condición anterior de la siguiente manera:

```

0.3333333333333334`
(-3.6144578313253` b c31 - 1.2048192771084334` c32 + 2.6144578313253004` b c32 +
 0.9999999999999996` b^2 c32 + 2.409638554216867` b u32n -
 5.228915662650601` b^2 u32n + 1.` b^3 u32n + 4.228915662650601` b^2 u33c -
 4.228915662650601` b^3 u33c + 1.2048192771084334` b u33n -
 2.6144578313253004` b^2 u33n + 3.228915662650601` b^3 u33n) >
1. (-0.4016064257028112` c31 - 0.3333333333333333` b c32 +
 0.3333333333333333` b^2 c32 + 0.4016064257028112` u32c -
 0.8714859437751002` b u32c - 1.3333333333333333` b^2 u32c +
 1.` b^3 u32c + 1.` b^2 u32n - 0.6666666666666666` b^3 u32n +
 0.46987951807228906` b u33c - 0.46987951807228906` b^2 u33c +
 0.8032128514056224` b^2 u33n - 0.3333333333333333` b^3 u33n)
0.333333 (-3.61446 b c31 - 1.20482 c32 + 2.61446 b c32 +
 1. b^2 c32 + 2.40964 b u32n - 5.22892 b^2 u32n + 1. b^3 u32n + 4.22892 b^2 u33c -
 4.22892 b^3 u33c + 1.20482 b u33n - 2.61446 b^2 u33n + 3.22892 b^3 u33n) >
1. (-0.401606 c31 - 0.333333 b c32 + 0.333333 b^2 c32 + 0.401606 u32c -
 0.871486 b u32c - 1.333333 b^2 u32c + 1. b^3 u32c + 1. b^2 u32n - 0.666667 b^3 u32n +
 0.46988 b u33c - 0.46988 b^2 u33c + 0.803213 b^2 u33n - 0.333333 b^3 u33n)

```

Assuming[b < 1 / 3, FullSimplify[%159]]

```

(0.401606 - 1.20482 b) c31 +
 b ((1.20482 - 5.55112 x 10^-17 b) c32 + 0.871486 u32c + 0.803213 u32n - 0.46988 u33c +
 0.401606 u33n + b ((1.33333 - 1. b) u32c + (-2.74297 + 1. b) u32n + 1.87952 u33c -
 1.40964 b u33c - 1.6747 u33n + 1.40964 b u33n)) > 0.401606 c32 + 0.401606 u32c

```

Collect[%160, b, Simplify]

```

0.401606 c31 +
 b^2 (-5.55112 x 10^-17 c32 + 1.33333 u32c - 2.74297 u32n + 1.87952 u33c - 1.6747 u33n) +
 b (-1.20482 c31 + 1.20482 c32 + 0.871486 u32c +
 0.803213 u32n - 0.46988 u33c + 0.401606 u33n) +
 b^3 (-1. u32c + 1. u32n - 1.40964 u33c + 1.40964 u33n) > 0.401606 c32 + 0.401606 u32c

```

De este modo, se puede escribir la condición necesaria para que el caso VIII represente una situación de equilibrio en el caso del individuo tipo III de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 c_{32} - c_{31} < -u_{32c} + b * \left(3 (c_{32} - c_{31}) - \frac{217}{100} u_{32c} - 2 u_{32n} + \right. \\
 u_{33n} - \frac{117}{100} u_{33c} + b * \left(\frac{83}{25} u_{32c} - \frac{683}{100} u_{32n} + \frac{117}{25} u_{33c} - \frac{417}{100} u_{33n} \right) + \\
 \left. b^2 * \left(\frac{249}{100} (u_{32n} - u_{32c}) + \frac{351}{100} (u_{33n} - u_{33c}) \right) \right)
 \end{aligned}$$

Existencia de al menos un conjunto de puntos que cumpla con las condiciones y los supuestos planteados.

Dadas las estrategias seguidas por los distintos tipos de individuos en el presente caso, deben cumplirse las siguientes condiciones para que el caso represente una situación de equilibrio:

$$v_{13} > u_{13c} + v_{12c}$$

$$v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

$$v_{32} > u_{32c} + v_{31c}$$

Además, dado el supuesto $u_{ijc} + v_{ii^*c} > v_{ii^*n}$, también debe cumplirse:

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$u_{21c} + v_{23c} > v_{23n}$$

$$u_{32c} + v_{31c} > v_{31n}$$

De este modo, las condiciones que deben darse para que el caso VIII represente un equilibrio estable, pueden resumirse de la siguiente manera:

$$v_{13} > v_{12n}$$

$$u_{13c} + v_{12c} > v_{12n}$$

$$v_{21} < u_{21c} + v_{23c}$$

$$v_{32} > v_{31n}$$

```
caso8 = {v13 > v12n && v21 < u21c + v23c && u21c + v23c > v23n &&
  v32 > v31n && 1 / 3 > b > 0 && c13 > c12 > 0 && c23 > c21 > 0 && c32 > c31 > 0 &&
  c23 > c12 > 0 && c13 > c21 > 0 && c32 > c21 > 0 && c23 > c32 > 0 && c13 > c32 > 0 &&
  c12 > c21 > 0 && c12 > c31 > 0 && c32 > c21 > 0 && u33n > u33c > u32n > u32c > 0 &&
  u22n > u22c > u21n > u21c > 0 && u11n > u11c > u13n > u13c > 0}
```

A continuación, se evalúan las condiciones encontradas, para distintos valores que puede tomar la tasa de interés del mercado (para el período que va desde “t” a “t+1”). Dado que $\beta = \frac{1}{1+i}$; y que $b = \frac{\beta}{3}$, se analizarán los valores que toman las variables, asumiendo determinado valor para “b”, relacionado directamente con el valor de la tasa de interés que se está analizando.

Para empezar, se analiza que valores tomarían las variables si se asume $i = 50\%$, de modo que $b = 2/9$. (Se toman los valores de los costos de almacenamiento indicados, que cumplen con las condiciones expresadas con anterioridad).

```
ReplaceAll[caso8,
  {b -> 2 / 9, c12 -> 1., c13 -> 2., c21 -> 0.5, c23 -> 2.5, c31 -> 0.5, c32 -> 1.5}]
FindInstance[%103,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
{{u11c -> 10.4472, u11n -> 11.4472, u13c -> 4.7236, u13n -> 9.4472,
  u21c -> 6.33083, u21n -> 7.33083, u22c -> 53.1746, u22n -> 76.0965,
  u32c -> 5.56913, u32n -> 11.1383, u33c -> 12.1383, u33n -> 13.1383}}
```

Si la tasa de interés para el período comprendido entre “t” y “t + 1” fuese de un 10% ($i = 10\%$), β tomaría un valor de 10/11, y $b = 10/33$, y se asume que los costos de almacenamiento no se modifican:

```
ReplaceAll[caso8,
  {b -> 10 / 33, c12 -> 1., c13 -> 2., c21 -> 0.5, c23 -> 2.5, c31 -> 0.5, c32 -> 1.5}]
FindInstance[%105,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
{{u11c -> 8.36531, u11n -> 9.36531, u13c -> 3.68265, u13n -> 7.36531,
  u21c -> 6.7429, u21n -> 7.7429, u22c -> 42.3367, u22n -> 59.6335,
  u32c -> 4.39427, u32n -> 8.78855, u33c -> 9.78855, u33n -> 10.7885}}
```

Si en vez de aumentar la tasa de interés disminuye, de forma tal de situarse en un valor de 2% por período, $i = 2\%$, $b = 50/153$, se tiene:

```
ReplaceAll[caso8,
  {b → 50 / 153, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%107,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{ {u11c → 7.94771, u11n → 8.94771, u13c → 3.47386, u13n → 6.94771,
  u21c → 6.87563, u21n → 7.87563, u22c → 40.2194, u22n → 56.3913,
  u32c → 4.16167, u32n → 8.32333, u33c → 9.32333, u33n → 10.3233} }
```

Si las tasas de interés son aún menores, en valores cercanos al 0.5% por período por ejemplo (y asumiendo que los costos de almacenamiento no se modifican), se tiene que:

```
ReplaceAll[caso8,
  {b → 200 / 603, c12 → 1.`, c13 → 2.`, c21 → 0.5`, c23 → 2.5`, c31 → 0.5`, c32 → 1.5`}]
```

```
FindInstance[%109,
  {u11c, u11n, u13c, u13n, u21c, u21n, u22c, u22n, u32c, u32n, u33c, u33n}]
```

```
{ {u11c → 7.86935, u11n → 8.86935, u13c → 3.43467, u13n → 6.86935,
  u21c → 6.90366, u21n → 7.90366, u22c → 39.8255, u22n → 55.7865,
  u32c → 4.11818, u32n → 8.23637, u33c → 9.23637, u33n → 10.2364} }
```

Declaración Jurada Resolución 212/99-CD

“El autor de este trabajo declara que fue elaborado sin utilizar ningún otro material que no haya dado a conocer en las referencias, que nunca fue presentado para su evaluación en carreras universitarias y que no transgredí o afecta derecho de terceros”

Apellido y Nombre	Mendoza, N° Registro	Firma
Colos, María T. Verónica	26110	